T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI

ÖZEL YETENEKLİ VE NORMAL GELİŞİM GÖSTEREN ÖĞRENCİLERİN PRİZMA KONUSUNDAKİ SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN KARŞILAŞTIRILMALI ANALİZİ

MELTEM MURAT

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman: Doç. Dr. Suphi Önder BÜTÜNER

AĞUSTOS – 2025

YOZGAT

T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI

ÖZEL YETENEKLİ VE NORMAL GELİŞİM GÖSTEREN ÖĞRENCİLERİN PRİZMA KONUSUNDAKİ SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN KARŞILAŞTIRILMALI ANALİZİ

MELTEM MURAT

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman: Doç. Dr. Suphi Önder BÜTÜNER

AĞUSTOS – 2025

YOZGAT

	YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ **LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ** **LİSANSÜSTÜ TEZ ONAY FORMU**

T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

Enstitümüzün Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans/Doktora Programı öğrencisi Meltem MURAT'ın hazırladığı "**Özel Yetenekli ve Normal Gelişim Gösteren Öğrencilerin Prizma Konusundaki Soyutlama Süreçlerinin Karşılaştırmalı Analizi**" başlıklı tezi ile ilgili tez savunma sınavı, Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri gereğince 13/08/2025 Çarşamaba günü saat 10:00'da yapılmış, tezin onayına oy birliği ile karar verilmiştir.

Başkan **:** Prof. Dr. Fatih KARAKUŞ

Jüri Üyesi **:** Doç. Dr. Suphi Önder BÜTÜNER
(Danışman)

Jüri Üyesi **:** Dr. Öğr. Üyesi Şenol NAMLI

ONAY:

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulu'nun ……../……../….. tarih ve …… sayılı Enstitü Yönetim Kurulu Kararı ile onaylanmıştır.

…...../...../ 20…..

Prof. Dr. Ümit BUDAK
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

TEZ BEYANI

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan eder, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Meltem MURAT

13/08/2025

ÖN SÖZ

Bu tez çalışması, yüksek lisans öğrenimim süresince edindiğim akademik birikimi derinleştirmek ve alanıma katkı sunmak amacıyla hazırlanmıştır. Araştırma süreci boyunca hem teorik hem de pratik olarak pek çok deneyim kazanma fırsatı bulmuş olmam, bu çalışmayı daha anlamlı kılmıştır.

Tez çalışmamın her aşamasında bilgi ve tecrübeleriyle yol gösteren, akademik rehberliğini esirgemeyen çok değerli danışmanım Doç. Dr. Suphi Önder BÜTÜNER'e en içten teşekkürlerimi sunuyorum. Gerek bilimsel yaklaşımı gerekse yapıcı eleştirileriyle çalışmamın olgunlaşmasına büyük katkı sağlamıştır.

Hayatım boyunca karşılaştığım tüm zorluklarda her zaman yanımda olan, desteklerini ve bana olan güvenlerini her zaman hissettiğim sevgili annem İkbal MURAT ve babam Resmi MURAT'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Varlıklarından mutluluk duyduğum, hiçbir koşulda desteklerini esirgemeyen kardeşlerime ve tüm aileme teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca bu sürece doğrudan ya da dolaylı katkı sağlayan tüm öğrencilerime, arkadaşlarıma ve akademik paydaşlara teşekkür ederim.

Yozgat Bozok Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu tez yazım kuralları doğrultusunda hazırlanan bu çalışmanın, alandaki araştırmalara katkı sağlamasını temenni ederim.

Meltem MURAT

13/08/2025

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÖZEL YETENEKLİ VE NORMAL GELİŞİM GÖSTEREN ÖĞRENCİLERİN PRİZMA KONUSUNDAKİ SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN KARŞILAŞTIRILMALI ANALİZİ

MELTEM MURAT

YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. SUPHİ ÖNDER BÜTÜNER

Bu çalışma, özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin prizmalar konusundaki soyutlama süreçlerini, RBC+C modeli çerçevesinde karşılaştırmalı olarak analiz etmeyi amaçlamaktadır. Bu amaca yönelik nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması araştırmanın modeli olarak belirlenmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu, 2023-2024 eğitim-öğretim yılında Yozgat ilinde öğrenim gören üç özel yetenekli ve üç normal gelişim gösteren 5. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmacı tarafından hazırlanan çalışma kağıdı ve yapılan odaklı görüşmelerle veri toplanmıştır. Veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir.

Elde edilen sonuçlar özel yetenekli öğrencilerin tamamının dikdörtgenler prizmasının hacim bilgisini soyutlayabilmesine karşın normal gelişim gösteren öğrencilerden yalnızca bir tanesinin hacim bilgisini soyutlayabildiğini göstermektedir. Tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri üzerinden yürütülen analizlerde, her iki öğrenci grubunun tanıma ve kısmen kullanma düzeyinde benzer performans sergilediği, ancak oluşturma ve pekiştirme düzeylerinde özel yetenekli öğrencilerin belirgin farklılık gösterdiği bulunmuştur. Özel yetenekli öğrenciler, bilgiyi yeniden yapılandırma, kavramlar arası ilişki kurma ve alternatif stratejiler geliştirme gibi üst düzey bilişsel becerileri daha etkin biçimde sergilemiştir. Buna karşılık, normal gelişim gösteren öğrencilerde kavramsal soyutlamada zorluklar gözlemlenmiş, ancak grup içi bireysel farklılıklar dikkat çekmiştir. Her iki grup da hacim bilgisini formülleştirme sürecinde zorlanmıştır. Gruplar arasındaki en belirgin fark, soyutlama sürecinin niteliğinde gözlemlenmiştir. Özel yetenekli öğrenciler yanıtlarını gerekçelendirip alternatif çözümler sunabilirken, normal gelişim gösteren öğrenciler gerekçelendirme ve kavramsal ilişki kurmada zorlanmıştır.

2025, xii + 108 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Soyutlama, Özel Yetenek, RBC+C

ABSTRACT

MASTER THESIS

COMPARATİVE ANALYSİS OF ABSTRACTİON PROCESSES RELATED TO PRİSMS İN GİFTED AND NORMALLY DEVELOPİNG STUDENTS

MELTEM MURAT

YOZGAT BOZOK UNIVERSITY

INSTITUTE OF GRADUATE EDUCATION

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION

SUPERVISOR: ASSOC.PROF. DR. SUPHİ ÖNDER BÜTÜNER

This study aims to comparatively analyse the abstraction processes of gifted and normally developing pupils regarding prisms within the framework of the RBC+C model. A case study, one of the qualitative research methods, has been determined as the research model for this purpose. The study group consisted of three gifted and three typically developing fifth-grade students enrolled in Yozgat province during the 2023-2024 academic year. Data were collected using a worksheet prepared by the researcher and focused interviews. The data were analysed using descriptive analysis methods.

The results show that while all gifted students were able to abstract the volume information of rectangular prisms, only one of the typically developing students was able to do so. Analyses conducted through the epistemic actions of recognising, using, creating, and reinforcing revealed that both student groups performed similarly at the recognition and partially at the usage levels, but gifted students showed distinct differences at the creation and reinforcement levels. The gifted students demonstrated higher-level cognitive skills, such as restructuring knowledge, establishing relationships between concepts, and developing alternative strategies, more effectively. In contrast, students with typical development experienced difficulties in conceptual abstraction, although individual differences within the group were notable. Both groups struggled with the process of formulating volume knowledge. The most prominent difference between the groups was observed in the quality of the abstraction process. While gifted students could justify their answers and offer alternative solutions, students with normal development struggled with justification and establishing conceptual relationships.

2025, xii + 108 Pages

Keywords: Abstraction, Gifted Student, RBC+

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZ ONAY FORMU ii

TEZ BEYANI iii

ÖN SÖZ iv

ÖZET v

ABSTRACT vi

İÇİNDEKİLER vii

TABLOLAR LİSTESİ xi

ŞEKİLLER LİSTESİ xii

1.GİRİŞ 1

1.1.Problem Durumu 4

1.2.Araştırmanın Amacı ve Önemi 11

1.3.Varsayımlar 13

1.4.Sınırlılıklar 14

1.5.Tanımlar 14

2.KURAMSAL ÇERÇEVE 16

2.1. Matematiksel Soyutlama Süreci 16

2.1.1. Matematiksel Soyutlama Türleri 17

2.1.1.1.Empirik Soyutlama 17

2.1.1.2.Yansıtıcı Soyutlama 17

2.1.1.3.Geleneksel Soyutlama 17

2.1.1.4.Bağlamsal Soyutlama 18

2.1.1.5.Pseudo Soyutlama (Sözde Soyutlama) 18

2.1.1.6.Genetik Soyutlama 18

2.1.2. Matematiksel Soyutlama Modelleri 18

2.1.2.1. Abstraction in Context (AiC) Modeli 18
2.1.2.2. RBC Modeli 19
2.1.2.3. RBC+C Modeli 19
2.1.2.3.1. Tanıma (Recognizing) 20
2.1.2.3.2. Kullanma (Building-with) 20
2.1.2.3.3. Oluşturma (Constructing) 21
2.1.2.3.4. Pekiştirme (Consolidating) 21
2.2. Prizmaların Öğretimi ve Öğrenme Süreçleri 22
2.3. Öğrenci Profilleri 23
2.3.1. Özel Yetenekli Öğrenciler 24
2.3.2. Normal Gelişim Gösteren Öğrenciler 24
2.4. İlgili Araştırmalar 25
2.4.1. Özel Yetenekli Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerini İnceleyen Çalışmalar 25
2.4.2.Normal Gelişim Gösteren Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerini İnceleyen Çalışmalar 26
3.YÖNTEM 31
3.1.Araştırma Modeli 31
3.2.Çalışma Grubu 32
3.3.Veri Toplama Süreci ve Veri Toplama Araçları 32
3.4.Verilerin Analizi 37
3.5. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği 38
3.6. Araştırmacının Rolü 39
4.BULGULAR 40
4.1. Birinci Bölüm Birinci Soruya Ait Bulgular 40
4.1.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 41
4.1.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular 42

4.2. Birinci Bölüm İkinci Soruya Ait Bulgular 43
4.2.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 43
4.2.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular 45
4.3. Birinci Bölüm Üçüncü Soruya Ait Bulgular 46
4.3.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 47
4.3.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular 48
4.4. Birinci Bölüm Dördüncü Soruya Ait Bulgular 49
4.4.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 51
4.4.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular 53
4.5. Birinci Bölüm Beşinci Soruya Ait Bulgular 55
4.5.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 56
4.5.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular 58
4.6. İkinci Bölüm Birinci Soruya Ait Bulgular 59
4.6.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 60
4.6.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular 61
4.7. İkinci Bölüm İkinci Soruya Ait Bulgular 62
4.7.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 63
4.7.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular 66
4.8. İkinci Bölüm Üçüncü Soruya Ait Bulgular 69
4.8.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 70
4.8.2.Özel Yetenekli Öğrencilere Ait Bulgular 72
4.9. İkinci Bölüm Dördüncü Soruya Ait Bulgular 74
4.9.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 74
4.9.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular 76
4.10. İkinci Bölüm Beşinci Soruya Ait Bulgular 77
4.10.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 77

4.10.2.Özel Yetenekli Öğrencilere Ait Bulgular 79
4.11. İkinci Bölüm Altıncı Soruya Ait Bulgular 80
4.11.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular 81
4.11.2.Özel Yetenekli Öğrencilere Ait Bulgular 82
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER 85
5.1.Tartışma 85
5.1.1. Özel Yetenekli Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerine Yönelik Tartışma 85
5.1.2. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerine Yönelik Tartışma 86
5.1.3. Özel Yetenekli ve Normal Gelişim Gösteren Öğrencilerin Soyutlama Süreçleri Arasındaki Farklara Yönelik Tartışma 87
5.1.4. RBC+C Modeli Bağlamında Tartışma 89
5.1.4.1. Tanıma Eylemine Yönelik Tartışma 89
5.1.4.1. Kullanma Eylemine Yönelik Tartışma 89
5.1.4.1. Oluşturma Eylemine Yönelik Tartışma 89
5.1.4.1. Pekiştirme Eylemine Yönelik Tartışma 89
5.2.Sonuç 90
5.3.Öneriler 91
5.3.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler 91
5.3.2. Gelecek Araştırmalara Yönelik Öneriler 91
6.KAYNAKÇA 93
EKLER 102

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo **Sayfa**

Tablo3.1. Çalışma Kağıdı Kazanım Ve RBC+C Soyutlama Basamakları Arasındaki İlişki 35

Tablo 3.2. Epistemik Eylem Basamaklarının Belirlenmesinde Kullanılan Anahtar İfadeler. 38

Tablo 4.1. Öğrencilerin Birinci Bölüm Birinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 40

Tablo 4.2. Öğrencilerin Birinci Bölüm İkinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 43

Tablo 4.3. Öğrencilerin Birinci Bölüm Üçüncü Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 47

Tablo 4.4. Öğrencilerin Birinci Bölüm Dördüncü Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 50

Tablo 4.5. Öğrencilerin Birinci Bölüm Beşinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 55

Tablo 4.6. Öğrencilerin İkinci Bölüm Birinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 60

Tablo 4.7. Öğrencilerin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 62

Tablo 4.8. Öğrencilerin İkinci Bölüm Üçüncü Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 70

Tablo 4.9. Öğrencilerin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 74

Tablo 4.10. Öğrencilerin İkinci Bölüm Beşinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 77

Tablo 4.11. Öğrencilerin İkinci Bölüm Altıncı Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler 81

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil 4.1. N1'in Yüksekliği Gösterdiği Cevap.....44
Şekil 4.2. Ö2'nin Yüksekliği Gösterdiği Cevap.....45
Şekil 4.3. N1 'in Kare Prizma Açınımı.....52
Şekil 4.4. N1'in Alternatif Kare Prizma Açınımı.....52
Şekil 4.5. N2 'nin Kare Prizma Açınımı.....53
Şekil 4.6. N2'nin Alternatif Kare Prizma Açınımı.....53
Şekil 4.7. Ö2 'nin Kare Prizma Açınımı.....53
Şekil 4.8. Ö2 'nin Kare Prizma Açınımı.....54
Şekil 4.9. Ö2 'nin Alternatif Kare Prizma Açınımı.....54
Şekil 4.10. N2'nin Beşinci Soruya Verdiği Cevap.....56
Şekil 4.11. N3 'ün Beşinci Soruya Verdiği Cevap.....58
Şekil 4.12. N2 'nin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdiği Cevap.....65
Şekil 4.13. Ö2 'nin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdiği Cevap.....68
Şekil 4.14. Ö3'ün İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdiği Cevap.....69
Şekil 4.15. Ö3'ün İkinci Bölüm Üçüncü Soruya Verdiği Cevap.....73
Şekil 4.16. N1'in İkinci Bölüm Beşinci Soruya Verdiği Cevap.....78
Şekil 4.17. N3'ün İkinci Bölüm Beşinci Soruya Verdiği Cevap.....79
Şekil 4.18. Ö2 'nin İkinci Bölüm Beşinci Soruya Verdiği Cevap.....80
Şekil 4.19. N3'ün İkinci Bölüm Altıncı Soruya Verdiği Cevap.....81
Şekil 4.20. Ö2'nin İkinci Bölüm Altıncı Soruya Verdiği Cevap.....83
Şekil 4.21. Ö3'ün İkinci Bölüm Altıncı Soruya Verdiği Cevap.....83

1. GİRİŞ

21. yüzyılın hızla değişen ve dönüşen bilgi toplumunda bireylerden beklenen yeterlilikler yalnızca bilgiye erişme değil, aynı zamanda bu bilgiyi yapılandırma, analiz etme ve yeni durumlara uygulama becerisini de kapsamaktadır. Eğitim sistemlerinin temel hedeflerinden biri de, bireylerin bu yüksek düzey zihinsel becerileri kazanmanın yanı sıra yaşam boyu öğrenme yetkinliğine ulaşmalarını sağlamaktır. Bu bağlamda matematik eğitimi, bireylere yalnızca işlemsel bilgi kazandırmakla kalmayıp aynı zamanda analitik düşünme, problem çözme, genelleme yapma ve soyut kavramlar oluşturma gibi üst düzey bilişsel süreçleri geliştirme potansiyeli taşımaktadır (Kilpatrick vd., 2001).

Matematik eğitiminin amacı, öğrencilerin yalnızca işlem becerilerini edinmeleri değil, aynı zamanda kavramsal düşünme, anlam inşası ve bilgiyi transfer edebilme becerilerini geliştirmeleridir. Bu hedefler doğrultusunda kritik bilişsel süreçlerden biri olan matematiksel soyutlama, öğrencinin sahip olduğu bilgi ve deneyimleri yeniden organize ederek genelleyici yapılar kurmasına imkân tanır. Sfard (1991), soyutlamayı matematiksel düşünmenin merkezinde yer alan bir nesneleşme süreci olarak tanımlar. Benzer biçimde Dreyfus (2007) da soyutlamayı, öğrencinin bilgiyi yeniden yapılandırma ve yeni durumlara uyarlama becerisiyle ilişkilendirir. Dolayısıyla soyutlama, bireyin matematiksel düşünme yetkinliğini ortaya koyan temel süreçlerden biridir (Altaylı Özgül, 2018).

Matematiksel bilgi genellikle gözlemlenebilir somut durumlardan yola çıkılarak zihinsel yapılar aracılığıyla öğrenilir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini nasıl organize ettikleri ve bilgiye nasıl anlam kattıkları, doğrudan soyutlama becerileriyle ilişkilidir. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'un (2001) vurguladığı üzere, soyutlama süreci öğrencinin önceki bilgilerini tanıyarak, bunları yeni problemlerle ilişkilendirerek ve yeni matematiksel yapılar oluşturarak gerçekleştirdiği zihinsel bir yeniden yapılanmadır. Bu süreç, yalnızca bireysel bilişsel düzeyde değil, aynı zamanda öğrenmenin sosyal bağlamındaki etkileşimlerle de şekillenir (Yackel & Cobb, 1996; Sfard, 2001).

Bu noktada soyutlamayı incelemek üzere geliştirilen kuramsal modeller, öğrenme süreçlerini daha yakından anlamak için önemli bir analitik çerçeve sunar. Bu modellerden biri olan RBC+C modeli, soyutlama sürecini tanıma (recognizing), kullanma (building-with), oluşturma (constructing) ve pekiştirme (consolidating) olmak üzere dört temel eylem üzerinden açıklamaktadır (Hershkowitz vd., 2001). Modelin ayırt edici yönü,

yalnızca ürünle değil sürecin kendisiyle ilgilenmesidir. Böylece öğrencinin kavramı nasıl inşa ettiği, hangi zihinsel yolları kullandığı ve bilgiyi nasıl kalıcı hale getirdiği ayrıntılı biçimde analiz edilebilir (Dreyfus, 2007).

RBC+C modeli aynı zamanda öğrenmenin sosyal boyutunu da dikkate alır. Sfard'ın (2001) belirttiği gibi, matematiksel kavramların inşası bireysel bir süreç olduğu kadar, grup içi etkileşimler ve matematiksel dilin kullanımıyla da şekillenir. Öğrencilerin gerekçelendirme biçimleri, temsil tercihleri ve iletişim yolları, ortaya çıkan soyutlamanın niteliğini belirleyen önemli faktörlerdir (Yackel & Cobb, 1996; Arzarello vd., 2009). Bu yönüyle model, matematik öğrenimini çok katmanlı bir süreç olarak ele alır.

Bu araştırmada, RBC+C modeli temel alınarak özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin soyutlama becerileri karşılaştırmalı olarak incelenmektedir. Literatürde özel yetenekli öğrencilerin analitik düşünme, örüntü tanıma ve alternatif çözüm yolları üretme açısından akranlarına göre daha ileri düzeyde oldukları ifade edilmektedir (Leikin, 2011; Sak, 2014). Bu bilişsel farklılıkların soyutlama süreçlerine de yansıdığı, özellikle oluşturma ve pekiştirme gibi üst düzey eylemlerde belirginleştiği çeşitli araştırmalarda vurgulanmıştır (VanTassel-Baska & Brown, 2007). Dolayısıyla bu çalışma, iki farklı öğrenci grubunun soyutlama süreçlerindeki benzerlik ve farklılıkları ortaya koyarak, matematik eğitimi alanında hem kuramsal hem de uygulamaya dönük katkılar sunmayı amaçlamaktadır.

Özellikle geometri öğrenme alanında yer alan prizmaların yüzey alanı ve hacmi gibi kavramlar, öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirmeleri açısından uygun bir bağlam sunmaktadır. Bu kavramlar, öğrencilerin üç boyutlu şekillerin yapısını anlamalarını, ölçme birimleriyle ilişkilendirmelerini ve üç boyutlu düşünme becerilerini geliştirmelerini gerektirir. Ancak eğitim ortamlarında bu konular çoğunlukla yalnızca formül ezberine indirgenmekte, öğrencilerin kavramın altında yatan ilişkileri keşfetmeleri ve zihinsel yapı inşa etmeleri ikinci plana atılmaktadır (Okuyucu & Erdoğan, 2021). Literatürde, anlamlı matematik öğreniminin yalnızca işlem bilgisinden ibaret olmadığı; kavramların ilişkisel düzeyde anlaşılmasının öğrencinin bilişsel gelişimine daha fazla katkı sunduğu vurgulanmaktadır (Toptaş, 2008; Skemp, 1976). Benzer şekilde Hiebert ve Lefevre (1986), kavramsal bilginin, farklı durumlar arasında ilişki kurma ve yeni matematiksel yapılar oluşturma kapasitesinin temelinde yer aldığını belirtmektedir.

Geometri öğretimi özelinde yapılan çalışmalar da bu durumu destekler niteliktedir. Van Hiele (1986), öğrencilerin geometrik kavramları yalnızca ezberlediklerinde değil, aşamalı olarak kavrayıp yeniden yapılandırdıklarında anlamlı öğrenmenin gerçekleştiğini ortaya koymuştur. Hershkowitz ve arkadaşları (2001) da prizmaların yüzey alanı ve hacim konularının, öğrencilerin zihinsel modeller kurmalarını ve soyutlama süreçlerini gözlemlemeyi kolaylaştıran kavram alanları olduğunu belirtmektedir. Çıldır (2014) ise öğrencilerin prizma hacmiyle ilgili formülleri uygulamada başarılı olsalar da, bu formüllerin ardındaki mantığı açıklamakta güçlük yaşadıklarını rapor etmiştir. Bu da gösteriyor ki öğrenciler, yüzey alanı ve hacim kavramlarını sıklıkla "işlem" düzeyinde öğrenmekte; ancak kavramı farklı temsillerle ilişkilendirme ve genelleme düzeyinde zorlanmaktadır.

Dolayısıyla, prizmalar konusunun öğretiminde yalnızca formül bilgisinin kazandırılması yeterli değildir. Öğrencilerin üç boyutlu düşünme, ölçme birimlerini ilişkilendirme, ilişkisel düşünme ve kavramlar arası bağlantılar kurma becerilerinin desteklenmesi gerekir. Bu bağlamda soyutlama, öğrencilerin yalnızca hazır bilgileri kullanmalarını değil, aynı zamanda kendi zihinsel yapılarını oluşturmalarını sağlayan temel bir bilişsel süreç olarak öne çıkmaktadır (Sfard, 1991; Dreyfus, 2007).

Türkiye'nin uluslararası sınavlardaki performansı da öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerindeki eksikliklere dikkat çekmektedir. PISA 2022 sonuçlarına göre Türk öğrenciler, özellikle genelleme, modelleme ve yorumlama gerektiren sorularda OECD ortalamasının altında kalmıştır (OECD, 2023). Benzer şekilde, TIMSS 2019 verileri de üst düzey matematiksel düşünmenin yeterince gelişmediğini ortaya koymaktadır (IEA, 2020). Bu sonuçlar, öğrencilerin soyutlama gibi üst düzey bilişsel becerilere erişimini destekleyecek araştırmalara duyulan gereksinimi artırmaktadır.

Ayrıca Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde (MEB, 2024), öğrencilerin farklı gelişimsel özelliklerine göre bireyselleştirilmiş öğrenme yollarına yer verilmiş ve soyut düşünme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bu bağlamda yürütülen çalışmaların, hem öğrenme ortamlarını yeniden yapılandırması hem de öğretmenlere rehberlik etmesi açısından alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu tez, özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin prizma konusundaki soyutlama süreçlerini karşılaştırmalı olarak analiz etmeyi amaçlamaktadır. Literatürde

özellikle özel yetenekli öğrencilerin problem çözme ve soyutlama süreçlerine ilişkin çok sayıda araştırma bulunmasına karşın (Leikin, 2011; Sak, 2014), normal gelişim gösteren öğrencilerle yapılan karşılaştırmalı çalışmalar sınırlıdır. Bu durum, farklı öğrenci gruplarının aynı matematiksel içerik karşısında nasıl benzerlikler ve farklılıklar sergilediklerini anlamayı güçleştirmektedir. Ayrıca eğitim ortamlarında geometri ve hacim konularının çoğunlukla formül ezberine indirgenmesi, öğrencilerin kavramın ardındaki ilişkileri keşfetmelerini ikinci plana atmakta ve soyutlama süreçlerini yeterince desteklememektedir (Okuyucu & Erdoğan, 2021; Çıldır, 2014). Oysa güncel öğretim programları, öğrencilerin yalnızca bilgi edinmelerini değil, bilgiyi yeniden yapılandırma ve yeni durumlara transfer edebilme becerilerini geliştirmelerini hedeflemektedir (MEB, 2018; MEB, 2024). Bu nedenle, farklı yetenek gruplarındaki öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi hem kuramsal açıdan literatürdeki boşluğu doldurmakta, hem de öğretim uygulamalarında kavramsal öğrenmeye yönelik veri temelli stratejiler geliştirilmesine katkı sunmaktadır.

1.1. Problem Durumu

Matematik eğitimi, bireylerin yalnızca işlem yapabilme becerilerini değil; aynı zamanda mantıksal akıl yürütme, problem çözme, analiz-sentez yapabilme ve farklı temsil biçimleriyle düşüncelerini ifade etme becerilerini geliştirmeyi amaçlayan temel bir disiplin olarak kabul edilmektedir(NCTM, 2000; Altun, 2022). Günümüz bilgi toplumlarında bireylerin karşılaştıkları problemleri analiz edebilmesi, çözüm yolları geliştirebilmesi ve matematiksel düşünme becerilerini yaşamla ilişkilendirebilmesi, matematik öğretiminin nitelikli ve anlamlı bir biçimde yapılandırılmasını zorunlu kılmaktadır (Baykul, 2019). Bu bağlamda, öğrencilerin matematiksel kavramları ezberleyerek değil; anlam kurarak, ilişkilendirerek ve yapılandırarak öğrenmeleri çağdaş öğretim yaklaşımlarının öncelikli hedefleri arasında yer almaktadır. Özellikle geometri öğrenme alanı, öğrencilerin iki ve üç boyutlu nesneleri zihinsel olarak canlandırmaları, farklı temsiller arasında bağlantılar kurmaları ve geometrik kavramları somut deneyimlerle yapılandırmaları açısından oldukça önemlidir. Geometri öğreniminin bu özelliği, öğrencilerin hem mekânsal düşünme hem de soyutlama becerilerini geliştirmeleri için güçlü bir bağlam sunmaktadır (Battista, 2007; Clements ve Sarama, 2009). Bu nedenle, geometrik düşünme becerilerinin gelişimi, erken yaşlardan itibaren planlı, sistematik ve kavramsal düzeyde desteklenmelidir (Özmantar & Bingölbali, 2009).

Uluslararası düzeyde uygulanan PISA (Programme for International Student Assessment) ve TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) gibi sınavlar, ülkelerin eğitim sistemlerinin öğrencilerin üst düzey bilişsel becerileri kazanma düzeylerini karşılaştırmalı olarak değerlendirme açısından önemli veriler sunmaktadır. Bu sınavların sonuçları, Türkiye'deki öğrencilerin matematik alanında özellikle problem çözme, kavramsal genelleme ve soyut ilişkileri kurma gibi üst düzey düşünme becerilerinde güçlük yaşadıklarını ortaya koymaktadır.

PISA 2022 raporunda, Türk öğrencilerin önemli bir bölümünün temel düzeylerde yoğunlaştığı, üst düzey problem çözme, soyut düşünme ve matematiksel ilişkilendirme becerilerinde ise oldukça sınırlı başarı gösterdiği belirtilmiştir (OECD, 2023). Benzer şekilde TIMSS 2023 sonuçları da Türkiye'nin matematik başarı ortalamasının uluslararası ortalamanın altında kaldığını; özellikle geometri ve ölçme alanlarında kavramsal temsilleri kullanma ve soyut bilgileri yapılandırma süreçlerinde öğrencilerin zorluk yaşadığını ortaya koymuştur (MEB, 2024). Bu bulgular, öğrencilerin yalnızca işlemsel bilgiye değil, aynı zamanda bilgiyi yapılandırma, temsil etme ve anlamlandırma becerilerine yönelik desteklenmeleri gerektiğini göstermektedir.

Son yıllarda Türkiye'deki matematik öğretim programlarında yapılan köklü değişiklikler, bilgi aktarımına dayalı geleneksel yaklaşımlardan uzaklaşarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerine aktif katılımını esas alan yapılandırmacı anlayışlara yönelmiştir. Yapılandırmacı yaklaşımlar, bireyin bilgiyi kendi deneyim ve önceki bilgileriyle aktif şekilde anlamlandırdığı varsayımına dayanır. Bu kuramsal zeminde bireysel yapılandırmacılık (örneğin Piaget'in bilişsel gelişim kuramı), bireyin zihinsel şemaları vasıtasıyla bilgiyi yapılandırmasını öngörür (Piaget, 2008). Diğer taraftan sosyal yapılandırmacılık, özellikle Vygotsky'nin çalışmalarında görüldüğü üzere, bireyin öğrenmesinin sosyal etkileşim ve kültürel araçlar aracılığıyla şekillendiğini savunur (Vygotsky, 1978). Türkiye'de 2018 Matematik Öğretim Programı da yapılandırmacılığı temel alarak öğrencinin aktif katılımını, sorgulama, araştırma, modelleme ve akıl yürütme gibi becerilerle bütünleştirmeyi amaçlamaktadır (MEB, 2018). Bu bağlamda problem çözme, matematiksel iletişim, ilişkilendirme ve modelleme gibi beceriler, öğrenme sürecinin merkezinde yer almaktadır. Öğretim programlarında gerçekleşen dönüşümün en güncel ve somut yansıması, 2024 yılında kademeli olarak uygulamaya konulan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Öğretim Programı ile kendini göstermektedir. Söz konusu program,

öğrencilerin yalnızca belirli bilgileri edinmesini değil; bu bilgileri modelleme, ilişkilendirme ve soyutlama becerileri aracılığıyla anlamlandırmalarını hedefleyen süreç temelli bir yaklaşım sunmaktadır (MEB, 2024). Bu yaklaşım doğrultusunda geometri ve ölçme öğrenme alanları daha bütüncül bir şekilde ele alınmakta; öğrencilerin üç boyutlu düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik kazanımlar ön plana çıkarılmaktadır. Özellikle prizma ve prizma hacmi kavramları, hem kavramsal hem de pedagojik düzeyde bu yeni yaklaşımı yansıtan önemli öğrenme içerikleri arasında yer almaktadır. Öğretim programında, öğrencilerin dikdörtgenler prizmasının hacmini birim nesnelerle fiziksel olarak modellemeleri, taban alanı ile yükseklik arasındaki ilişkiyi kurmaları ve farklı temsil biçimleri (model, şema, sözel açıklama vb.) kullanarak hacim kavramını anlamlandırmaları beklenmektedir (MEB, 2024, s. 136–142).

Prizmalar konusu, öğrencilerin üç boyutlu düşünme, yüzey-kenar-köşe ilişkilerini kavrama ve hacim hesaplama gibi çok boyutlu bilişsel becerileri aynı anda kullanmalarını gerektirir. Ancak araştırmalar, bu becerilerin gelişiminde ciddi kavramsal zorluklar yaşandığını ortaya koymaktadır. Öğrencilerin hacim kavramını yüzey alanı ile karıştırdıkları, prizmaların taban ve yan yüzeylerini ayırt etmekte zorlandıkları ve geometrik cisimlerin iki boyutlu temsilleriyle sınırlı düşündükleri sıklıkla rapor edilmiştir (Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1988; Battista & Clements, 1996). Ayrıca, öğrenciler üç boyutlu yapıların farklı bakış açılarından modellenmesi, döndürülmesi veya parçalara ayrılması gibi zihinsel dönüşüm gerektiren görevlerde hatalar yapmaktadır (Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1988). Bu nedenle prizmalar konusu, öğrencilerin bilişsel düzeyleri arasındaki farkların gözlemlenebileceği ve soyutlama süreçlerinin incelenebileceği bir alan sunmaktadır. Bu çalışma kapsamında prizmalar konusunun seçilmiş olmasının temel nedeni, hem prizmalar konusunun bilişsel açıdan çok katmanlı bir matematiksel yapı sunması, hem de öğrencilerin kavramsal anlayışlarını değerlendirme açısından somut gözlemler yapmaya fırsat tanımasıdır. Aynı zamanda yeni öğretim programının öngördüğü kavramsal gelişim süreçleriyle doğrudan örtüşmektedir. Bu bağlamda RBC+C modeli, prizma konusunun öğretimi sürecinde öğrencilerin zihinsel yapılandırmalarını anlamlandırmak ve farklı öğrenci gruplarının soyutlama biçimlerini karşılaştırmalı olarak incelemek adına kuramsal olarak güçlü bir çerçeve sunmaktadır.

Geometri öğrenme alanında yer alan prizmaların yüzey alanı ve hacmi gibi kavramlar, öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirmeleri açısından uygun bir bağlam sunmaktadır.

Bu kavramlar, hacimsel düşünmeyi, üç boyutlu şekillerin yapısını anlamayı ve ölçme birimleriyle ilişkilendirmeyi gerektirir. Ancak öğretim yapılırken prizma konusunun çoğunlukla yalnızca formül ezberlemeye indirgenmesi ve öğrencilerin kavramın altında yatan yapıları keşfetmelerine yeterince fırsat verilmemesi önemli bir sorun olarak görülmektedir (Battista, 2007; Hiebert & Lefevre, 1986; Sarama & Clements, 2009). Nitekim Çıldır (2014) çalışmasında, öğrencilerin prizma hacmini hesaplamada başarılı olduklarını ancak hesaplamaların ardındaki mantığı açıklayamadıklarını ortaya koymuştur. Benzer şekilde Duatepe ve Akkuş-Çıkla (2004) da geometri öğretiminde öğrencilerin formül uygulamalarına yönlendirildiğini, ancak kavramsal anlamanın çoğu zaman ihmal edildiğini rapor etmiştir. Bu bulgular, prizma konusunun öğretiminde kavramsal anlayışın ve soyutlama süreçlerinin sistematik olarak desteklenmesi gerektiğini göstermektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin prizma gibi kavramları nasıl soyutladıklarını incelemek, öğrenme süreçlerini öğrenci özelliklerine göre değişen bilişsel eğilimleri anlamaya katkı sunacaktır. Özellikle özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin soyutlama süreçlerinin karşılaştırmalı analiz edilmesi, bu konuda öğretimsel düzenlemelere ışık tutacak veriler oluşturmaktadır. Bu çalışmada, özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçleri her bir grubun soyutlama sürecine ilişkin bilişsel yapıların betimlenmesi ve karşılaştırmalı analiz edilmesi amaçlanmaktadır. Böylelikle her iki öğrenci profiline ilişkin anlamlı örüntüler ortaya konarak, öğretmenlerin öğrenci özelliklerine göre farklılaşan öğrenme biçimlerini tanıması amaçlanmaktadır. Bu tür analizler, öğretim tasarımlarının yalnızca içerik değil, süreç temelli olarak da yeniden yapılandırılmasına katkı sunar (Beyazhançer ve Altun, 2023). Ayrıca özel yetenekli öğrencilerin yüksek performanslarının ardında yatan zihinsel süreçlerin araştırılması, bu grubun potansiyelini daha etkili biçimde açığa çıkarmak için önemli bir kaynak oluşturur (Leikin, 2009). Aynı şekilde normal gelişim gösteren öğrencilerin yaşadıkları kavramsal zorlukların yapılandırmacı yaklaşımlar çerçevesinde analiz edilmesi, bu öğrencilere sunulacak öğretimsel desteklerin amaca uygun olmasını sağlar.

Kavramların anlamlı öğrenilmesinde işlem bilgisinden çok kavramsal bilgiye geçişin esas olduğu vurgulanmaktadır (Beyazhançer ve Altun, 2023) Öğrencilerin bu geçişi nasıl gerçekleştirdiğini incelemek amacıyla geliştirilen RBC+C modeli, soyutlama sürecini dört temel bilişsel eylem üzerinden tanımlar: Tanıma (Recognizing), Kullanma (Building-With), Oluşturma (Constructing) ve Pekiştirme (Consolidation). Bu model, öğrencilerin

yeni kavramları nasıl inşa ettiklerini ve bu kavramların zihinsel temsillerini nasıl kalıcı hale getirdiklerini sistematik olarak analiz etmeyi mümkün kılar (Dreyfus & Tsamir, 2004). Araştırmalarda RBC+C modeli, öğrenci düşüncesinin izini sürmek ve öğrenme süreçlerini görünür kılmak amacıyla farklı içeriklere başarıyla uygulanmıştır (Karataş-Güler & Ulusoy, 2025; Şimşekler, 2017).

Soyutlamayı açıklamak üzere geliştirilen RBC+C modeli, öğrencilerin bir kavramı önce tanıma (recognizing), ardından var olan bilgilerle ilişkilendirme (building-with), daha sonra yeni yapı üretme (constructing) ve son olarak da bunu kalıcı hale getirme (consolidating) süreçlerini kapsayan epistemik eylem döngüsünü tanımlar (Dreyfus, 2002). Bu model, yalnızca öğrencinin ne öğrendiğini değil, nasıl öğrendiğini de analiz etmeye olanak tanıması açısından çağdaş matematik eğitimi araştırmalarında yoğun biçimde tercih edilmektedir (Umland & Sriraman, 2014).

Araştırmalar, dinamik geometri ortamlarında öğrencilerin soyutlamayı gerçekleştirme biçimleri, bireysel stratejilere ve bağlamsal faktörlere bağlı olarak değişebilmektedir (Dintarini & Fuad, 2024). Bununla birlikte, RBC+C modelinin etkili biçimde kullanılabilmesi, öğrencilerin yalnızca bilişsel değil, aynı zamanda öz düzenleme, metabilişsel farkındalık ve öz motivasyon gibi bireysel özelliklerine de bağlıdır (Coşar & Keşan, 2021).

Özel yetenekli öğrenciler, matematiksel düşünme süreçlerinde dikkat çekici bir hız ve esneklikle öne çıkan bireyler olarak değerlendirilmektedir. Bu öğrenciler, ilişkisel düşünme, örüntü tanıma ve kavramsallaştırma gibi üst düzey bilişsel beceriler açısından akranlarına kıyasla ileri düzey performans sergilemektedirler (Lee & Sriraman, 2011). Özellikle geometri gibi kavramsal yapıların yoğun olduğu alanlarda, örneğin prizma, alan ve hacim gibi konularda, bu bireylerin zihinsel temsiller oluşturma ve soyut ilişkileri fark etme becerileri belirgin bir üstünlük göstermektedir (Yakar & Yılmaz, 2020). Ancak bu başarı yalnızca bilişsel kapasiteyle sınırlı değildir; öğrencilerin önceki öğrenme deneyimleri, problem çözme yaklaşımları ve soyutlama stratejileri de bu sürece doğrudan etki etmektedir (Leikin ve diğ., 2017). Ancak, bu öğrencilerin soyutlama süreçlerinin nasıl şekillendiğine ve klasik bilişsel modellerin bu süreci ne ölçüde açıklayabildiğine yönelik ampirik veriler sınırlı kalmaktadır. Özellikle yapılandırmacı kuramlar temelinde geliştirilen

modellerin, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel kavramları yapılandırma süreçlerine nasıl uygulanabileceğine ilişkin daha fazla derinlemesine analizlere ihtiyaç duyulmaktadır.

Normal gelişim gösteren öğrenciler ise aynı kavramlara ulaşma sürecinde daha fazla zamana, örnek üzerinden düşünmeye ve görselleştirme yoluyla kavramı yapılandırmaya ihtiyaç duyabilirler. Okuyucu ve Erdoğan (2021), öğrencilerin bir kavramı soyutlayabilme düzeylerinin, bireysel farklılıklar doğrultusunda çeşitlilik gösterdiğini ve bazı öğrencilerin kavramı sadece yüzeysel düzeyde tanıyabildiğini rapor etmiştir. Bu da, soyutlama sürecine ilişkin bireysel farkların, öğrencinin bir matematiksel durumu ne düzeyde yapılandırabildiğini doğrudan etkilediğini göstermektedir. Bu nedenle, bilişsel özellikleri farklı olan öğrencilerin aynı matematiksel kavrama nasıl yaklaştıklarını, hangi bilişsel eylemleri ne düzeyde gerçekleştirebildiklerini ve soyutlama süreçlerinin ne şekilde farklılaştığını incelemek önemli bir araştırma alanıdır.

Yapılan bazı çalışmalarda, hem özel yetenekli hem de normal gelişim gösteren öğrencilerin kavramları yapılandırma sürecinde farklı stratejiler kullandığı görülmektedir (Şimşekler, 2017; Karataş-Güler & Ulusoy, 2025; Okuyucu & Erdoğan, 2021). Ancak bu stratejilerin nasıl geliştiği, süreçte hangi bilişsel farkların etkili olduğu ve modelin tüm aşamalarına nasıl yansıdığı çoğu zaman sistematik olarak ele alınmamıştır (Altaylı Özgül, 2018). Literatürde genellikle tek bir öğrenci grubuna odaklanan çalışmaların bulunması, farklı gelişimsel özelliklere sahip öğrencilerin aynı model (RBC+C) çerçevesinde karşılaştırmalı olarak incelenmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır. Aynı yaş düzeyinde bulunan ancak bilişsel kapasiteleri farklı olan öğrencilerin soyutlama süreçlerinin bütüncül biçimde değerlendirilmesi, hem öğretim programlarının farklılaştırılması hem de bireyselleştirilmiş eğitim planlamalarının geliştirilmesi açısından önemli bir ihtiyaçtır. Bu bağlamda, bu araştırmanın araştırma soruları şu şekildedir;

1- Özel yetenek tanısı almış 5. sınıf öğrencilerinin prizmaları soyutlama süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
2- Normal gelişim gösteren 5. sınıf öğrencilerinin prizmaları soyutlama süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
3- Özel yetenek tanısı almış ve normal gelişim gösteren 5. sınıf öğrencilerinin prizmaları soyutlama süreçleri arasındaki farklılıklar nelerdir?

Bu araştırma soruları aşağıdaki alt problemlerle detaylandırılmıştır:

1. Özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin prizmaların hacim bilgilerini soyutlama süreci, RBC+C modelinin tanıma eylemi bağlamında nasıl gerçekleşmektedir?

2. Özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin prizmaların hacim bilgilerini soyutlama süreci, RBC+C modelinin kullanma eylemi bağlamında nasıl gerçekleşmektedir?

3. Özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin prizmaların hacim bilgilerini soyutlama süreci, RBC+C modelinin oluşturma eylemi bağlamında nasıl gerçekleşmektedir?

4. Özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin prizmaların hacim bilgilerini soyutlama süreci, RBC+C modelinin pekiştirme eylemi bağlamında nasıl gerçekleşmektedir?

Bu sorulara yanıt aranarak, hem soyutlama sürecinin doğasına hem de öğrenci farklılıklarının bu sürece yansımasına dair kapsamlı veriler elde edilmesi hedeflenmektedir. Elde edilen bulgular, matematik eğitimi literatürüne katkı sunmakla birlikte, öğretmenlerin öğretim tasarımlarını öğrencilerin bireysel gereksinimlerine göre yeniden şekillendirmelerine de yardımcı olacaktır. Araştırma kapsamında özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin prizmalara yönelik soyutlama süreçlerinin ayrıntılı biçimde incelenmesi, öğretmenlerin öğrenciler arasındaki kavramsal farkları tanımalarını mümkün kılacaktır. Böylece öğretmenler, yalnızca öğretilecek içeriği değil, bu içeriği hangi öğrenci profili için nasıl kullanacaklarını da veriye dayalı olarak planlayabileceklerdir. Bu da öğretim tasarımında tekdüze yaklaşımlardan uzaklaşarak, öğrencilerin bilişsel eğilimlerine göre farklılaştırılmış öğrenme ortamları oluşturulmasına katkı sağlayacaktır (Tomlinson, 2014; Beyazhançer ve Altun, 2023). Güncel çalışmaların birçoğu öğrenme süreçlerinin gözlemlenebilir parçaları yerine sadece sonuçlara odaklandığı için, öğrencilerin soyutlama sürecinde nasıl hareket ettiklerine dair ayrıntılı veri sunmamaktadır (Beyazhançer ve Altun,2023; OECD,2023; IEA, 2020). Oysa soyutlama sürecinin kendisi, öğrenmenin doğasını anlamak ve etkili öğretim tasarımı geliştirmek için kritik bir odaktır (Trpin, 2024).

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırmanın amacı özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin soyutlama süreçlerini RBC+C (tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme) billişsel eylemlerini kullanarak incelemektir. Araştırmada genel zihinsel alanda özel yetenek tanısı almış ve normal gelişim gösteren 5. Sınıf öğrencilerinin soyutlama süreçleri karşılaştırmalı olarak ele alınmaktadır. Bu süreç, öğrencilerin prizma yüzey alanı ve hacmi konularında, RBC+C modeli kapsamında gerçekleştirdikleri tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme gibi bilişsel eylemler dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Araştırmada amaçlanan, öğrencilerin bu bilişsel eylemleri nasıl gerçekleştirdiklerini tanımlamak ve iki farklı öğrenci grubunun soyutlama süreçlerinde ortaya çıkan benzerlikleri ve farklılıkları nitel olarak ortaya koymaktır. Ayrıca farklı öğrenci gruplarının kendi içerisinde gösterdikleri farklı performans düzeyleri incelenmektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin düşünme yollarını ve kavramsal yapıları nasıl inşa ettiklerini anlamaya yönelik detaylı bir inceleme yapılacaktır. Bu iki grubun kendi içerisinde homojen olduğunun varsayılması yerine, her bir grubun kendi içinde yer alan bireysel farklılıklar da göz önünde bulundurulmuştur. Özel yetenekli öğrenciler arasında düşük performans sergileyen öğrenciler olduğu gibi, normal gelişim gösteren öğrenciler arasında yüksek performans gösteren bireyler de gözlenebilmektedir. Bu durum, öğrencilerin bireysel bilişsel yapılarının ve matematiksel düşünme stratejilerinin sadece kategorik etiketlerle(“özel yetenekli” ya da “normal gelişim gösteren”) açıklanamayacağını ortaya koymaktadır. Bu nedenle, çalışmada yalnızca grup bazlı gözlemler değil, aynı zamanda grup içi bilişsel farklılık da dikkate alınmış; bu farklılıklara ilişkin veriler analiz sürecinde yorumlanmıştır. Böyle bir farklılaşma durumu, özellikle Tartışma bölümünde detaylı biçimde ele alınarak yorumlanacaktır.

Matematik eğitiminin niteliği, öğrencilerin yalnızca doğru sonuçlara ulaşmasından çok, kavramları nasıl anlamlandırdıkları ve bu anlamı zihinsel düzeyde nasıl yapılandırdıkları ile belirlenmektedir. Özellikle geometri gibi çok boyutlu kavramlar içeren alanlarda, öğrencilerin soyutlama becerileri devreye girmekte ve öğrenmenin derinliği doğrudan bu beceriye bağlı hale gelmektedir. Bu bağlamda, soyutlama süreci, öğrencinin gözlemlediği veya karşılaştığı verileri daha üst düzey kavramsal yapılara dönüştürme yetkinliğini içerir (Karataş-Güler & Ulusoy, 2025; Dreyfus, 2007).

Bu araştırma, öğrencilerin soyutlama sürecini analiz etmek amacıyla geliştirilen RBC+C modeli temel alınarak yürütülmektedir. Modelin tanımladığı "tanıma", "kullanma", "oluşturma" ve "pekiştirme" gibi epistemik eylemler, öğrencinin öğrenme sürecindeki her adımı gözlemlenebilir hale getirerek öğretim tasarımlarının yeniden düşünülmesine imkân sağlamaktadır (Tsamir & Dreyfus, 2005). Bu yönüyle araştırma, kavramların nasıl öğrenildiğine dair görünmeyen süreçleri açığa çıkarmaya yönelik nitel veri üretmektedir.

Bu çalışma, özel yetenekli öğrencilerle normal gelişim gösteren öğrenciler arasındaki bilişsel çeşitliliği göz önüne almaktadır. Özel yetenekli bireylerin soyutlama yapma biçimleri, literatürde yüksek düzeyde örüntü tanıma, ilişkisel düşünme ve kavramsal genelleme ile tanımlanırken (Coşar & Keşan, 2021), bu becerilerin nasıl ortaya çıktığı ve ne tür zihinsel sıçramalarla desteklendiği henüz yeterince ayrıntılı çalışılmamıştır. Araştırma yalnızca sonuçları değil, süreçleri de analiz etmesi açısından özgün bir konumda yer almaktadır. Bunun yanı sıra, güncel öğretim programları çoğunlukla öğrencinin kavramları kendisinin inşa etmesine olanak vermeyen yaklaşımlarla yapılandırılmıştır. Önceki yıllarda ders kitaplarındaki etkinliklerin büyük bölümü, öğrencilere bilgi sunumu ve formül öğretimi düzeyinde kalmakta; öğrencilerin kendi zihinsel yollarını oluşturmalarına imkân tanımamaktadır (MEB,2018). Bu çalışma, söz konusu sınırlılıklara doğrudan müdahale etmeksizin, öğrencilerin bireysel düşünme yollarını ve kavram oluşturma süreçlerini analiz ederek ampirik bir bakış açısı sunmaktadır.

Araştırmada hem özel yetenekli hem de normal gelişim gösteren öğrencilerin soyutlama süreçleri incelenmiş, bu iki grubun benzer ve farklı yönleri ortaya konmuştur. Böylece öğrencilerin bir matematik kavramını nasıl anladıkları, nasıl yapılandırdıkları ve nasıl kalıcı hâle getirdikleri analiz edilmiştir. Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde, cebirsel genellemeler, geometrik yapıların inşası veya hacim kavramı gibi konuların soyutlama süreçleri genellikle ya özel yetenekli öğrencilere (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Leikin, 2011; Ulusoy ve Karataş-Güler, 2022; Çıldır, 2014; Coşar, 2021) ya da normal gelişim gösteren öğrencilere (Dreyfus vd., 2006; Memnun ve Altun, 2012; Tabach vd., 2014; Altaylı-Özgül, 2018; Ulusoy, 2020; Bütüner, 2024; Karataş-Güler ve Ulusoy, 2025) odaklanılarak incelenmiştir. Ancak, bu iki grubun hacim kavramını RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde birlikte ele alan herhangi bir çalışmaya literatürde rastlanmamıştır. Bu yönüyle araştırma, alandaki önemli bir boşluğu doldurmayı hedeflemektedir.

Literatürde RBC+C soyutlama modeli, genellikle cebirsel genellemeler, sayı temelli kavramlar (örneğin bölünebilme ya da kesirli işlemler) ve iki boyutlu geometrik yapıların (örneğin çokgenler) incelenmesinde kullanıldığı görülmektedir (Celebioğlu & Yazgan, 2015; Şimşekler, 2017; Karataş-Güler & Ulusoy, 2025). Buna karşın, üç boyutlu geometri gibi kavramların soyutlanmasına yönelik uygulamalar sınırlı kalmaktadır(Yılmaz,2014; Bütüner, 2024; Okuyucu,2022). Öte yandan, RBC+C modeline dayalı araştırmaların büyük çoğunluğunun ya yalnızca özel yetenekli öğrencilerle (örneğin Coşar & Keşan, 2021; Karataş-Güler & Ulusoy, 2025), ya da yalnızca normal gelişim gösteren öğrencilerle (örneğin Celebioğlu & Yazgan, 2015; Şimşekler, 2017) yürütüldüğü görülmektedir. Bu bağlamda, her iki öğrenci grubunun aynı yöntemle, aynı veri toplama araçlarıyla soyutlama süreçlerinin birlikte incelenmesi, farklı bilişsel profillerde modelin nasıl işlediğine dair çok yönlü veri sunması açısından literatürde önemli bir boşluğu doldurmaktadır. Ayrıca, elde edilen bulgular öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında kullanabileceği bazı ipuçları verebilir. Örneğin, öğretmenler öğrencilerin soyutlama süreçlerine göre ders içeriği farklılaştırılabilir ya da bazı kavramlar daha somut yöntemlerle öğretim sağlayabilirler. Özellikle özel yetenekli öğrencilerin potansiyellerini daha etkili kullanabilmeleri için öğretmenlerin uygun ortamları hazırlamaları açısından bu araştırma katkı sağlayabilir.

Bu çalışma, sadece bireysel öğrenme çıktılarıyla değil; aynı zamanda eğitim sistemine ve öğretim programlarına sağlayacağı katkı yönüyle de önem arz etmektedir. Güncel öğretim programları, öğrencilerin matematiksel kavramları sadece işlem düzeyinde değil, kavramsal ve yapısal düzeyde anlamlandırmalarını hedeflemektedir. Ancak özellikle geometri ve ölçme alanlarında, üç boyutlu kavramların öğrenci zihninde nasıl inşa edildiği konusunda yeterli veri bulunmamaktadır. Bu bağlamda, prizma konusunun seçilmesi bilinçli bir tercihtir; çünkü prizma, hem hacim hem yüzey alanı kavramlarının birleştiği, üç boyutlu düşünebilmenin ve kavramsal ilişki kurmanın yoğun olarak kullanıldığı bir konudur.

1.3.Varsayımlar

Katılımcı öğrencilerin, dikdörtgen prizmaların alan ve hacim hesaplamalarına ilişkin sınırlı bilgiye sahip oldukları ve uygulama süreci boyunca bu bilgilerin yapılandırılmasına olanak tanındığı kabul edilmektedir. Ayrıca, kullanılan çalışma kağıtlarının öğrencilerin

soyutlama becerilerini yansıtacak şekilde tasarlandığı ve öğrencilerin sürece gönüllü ve doğal biçimde katılım gösterdikleri varsayılmaktadır**.**

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma, 2023–2024 eğitim-öğretim yılı içinde Yozgat ili Sorgun ilçesinde öğrenim gören sınırlı sayıdaki 5. sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiş olup; elde edilen veriler yalnızca prizmalar konusuna ve bu öğrenci grubunun çalışma sürecindeki performanslarına dayalıdır. Öğrencilerin soyutlama süreçleri RBC+C modeli çerçevesinde yorumlanmış, diğer soyutlama modelleri araştırma kapsamına alınmamıştır. Bulgular, yalnızca kullanılan çalışma kağıtları, ses kayıtları ve öğrenci ifadelerine dayalı nitel veri ile sınırlıdır ve genellenebilirlik amacı taşımamaktadır.

1.5. Tanımlar

Bu bölümde, araştırmada sıklıkla kullanılan temel kavramlara yer verilmiştir. Tanımlar, ilgili literatür ve kuramsal çerçeve doğrultusunda yapılandırılmıştır.

Soyutlama (Abstraction): Matematiksel soyutlama, öğrencilerin daha önce oluşturdukları bilgi yapılarından yola çıkarak yeni ve daha karmaşık yapıların inşa edilmesi sürecidir. Soyutlama, bireyin bir problemi çözmek ya da bir kavramı anlamlandırmak için önceki bilgileri fark etmesi, bunlarla işlem yapması ve yeni anlamlar üretmesiyle gerçekleşir (Dreyfus vd., 2001). Bu süreç bilişsel, duyuşsal ve bağlamsal unsurları içeren dinamik bir yapıya sahiptir.

RBC+C Modeli: RBC+C modeli, matematiksel soyutlama sürecini analiz etmek amacıyla geliştirilmiş dört aşamalı kuramsal bir çerçevedir: Recognizing (tanıma), Building-With (kullanma), Constructing (oluşturma) ve Consolidating (pekiştirme). Bu model, öğrencinin önceki bilgileri tanımasını, bu bilgilerle yeni yapılar kurmasını ve kurduğu yapıları sağlamlaştırmasını betimleyen epistemik eylemlere dayalıdır (Hershkowitz ve diğ, 2001; Dreyfus & Tsamir, 2004).

Özel Yetenekli Öğrenci: Üstün yetenekli ya da özel yetenekli öğrenciler, genel popülasyona kıyasla akademik alanda olağanüstü başarı potansiyeline sahip bireylerdir. Matematiksel bağlamda, bu öğrenciler hızlı öğrenme, örüntüleri fark etme, ilişkiler kurma ve soyut düşünme becerileri açısından akranlarından ayrılabilirler (Krutetskii, 1976; Sheffield, 1994).

Normal Gelişim Gösteren Öğrenci: Araştırmada yer alan "normal gelişim gösteren öğrenci" ifadesi, herhangi bir özel tanılama ya da yetenek sınıflandırmasına dahil olmayan, tipik bilişsel gelişim düzeyinde bulunan öğrencileri ifade etmektedir.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Matematiksel Soyutlama Süreci

Matematiksel soyutlama, bireyin çeşitli matematiksel deneyimlerinden elde ettiği bilgileri yeniden yapılandırarak genellemelere ulaşmasını ve zihinsel temsiller oluşturmasını sağlayan bir bilişsel süreçtir (Hershkowitz vd., 2001; Piaget, 2008). Bu süreç bilgiyi almanın dışında, bilgiyi dönüştürerek yeniden üretmeyi içerir. Soyutlama; kavram oluşturma, ilişkisel düşünme ve genelleme gibi üst düzey zihinsel becerilerin bütünsel bir ifadesidir (Aksoy & Kılıç, 2022; Özdemir & Güveli, 2021).

Geleneksel yaklaşımlarda soyutlama süreci bireysel bilişsel gelişim çerçevesinde açıklanmıştır. Piaget (2008), bireylerin "soyut işlemler" evresinde, nesnelere bağlı kalmadan kavramsal düşünebildiklerini savunmuştur. Bu aşamada birey sembollerle işlem yapabilir ve kavramları zihinsel olarak dönüştürebilir. Yine Piaget'ye göre, çocuklar fiziksel nesnelerle etkileşimlerinden hareketle soyut kavramlara ulaşabilir (empirik soyutlama) veya zihinsel işlemlerini yeniden yapılandırarak genellemelere ulaşabilir (yansıtıcı soyutlama) (Piaget & Garcia, 1989).

Sosyal yapılandırmacı yaklaşımlar, soyutlamayı bireysel olmaktan ziyade sosyal ve kültürel etkileşimle biçimlenen bir süreç olarak ele alır. Vygotsky'ye göre, bireyin öğrenme süreci sosyal bağlamda, özellikle de daha yetkin bireylerle (öğretmen, akran vb.) etkileşim kurarak biçimlenir. Davydov'un kuramı ise soyutlamayı, bireyin bilimsel bilgiye ulaşma sürecindeki teorik düşünme biçimiyle ilişkilendirir. Bu yaklaşıma göre soyutlama, üst düzey bilişsel yapılanmaları içeren, tarihsel-toplumsal bilgi üretimine dayalı bir zihinsel inşa sürecidir (Davydov, 1990; Ergan, 2021).

Son yıllarda matematiksel soyutlama, yalnızca kavramsal bir beceri olarak değil, aynı zamanda yapılandırılabilir ve analiz edilebilir bir süreç olarak ele alınmaya başlamıştır. Bu bağlamda geliştirilen modeller (örneğin AiC, RBC) ve türsel sınıflandırmalar, öğrencilerin kavramları oluşturma, dönüştürme ve yeniden yapılandırma yollarını açıklamaya çalışmaktadır. Söz konusu yaklaşımlar, soyutlamayı yalnızca bireyin zihinsel gelişiminin bir sonucu değil, aynı zamanda sosyal, pedagojik ve bağlamsal etkileşimlerin ürünü olarak da görmektedir (Hershkowitz vd., 2001; Dreyfus, 2002).

Bu çalışmada matematiksel soyutlama, bireysel bilişsel süreçleri dikkate alan bir yapı olarak ele alınmakta ve RBC+C modeli çerçevesinde analiz edilmektedir. Bu nedenle, soyutlama sürecinin türleri ve kuramsal modelleri bir sonraki alt başlıklar altında ayrıntılı olarak incelenecektir.

2.1.1. Matematiksel Soyutlama Türleri

Matematiksel soyutlama süreci, bireylerin somut deneyimlerinden başlayarak, kavramsal düzeye ulaşan bir dizi zihinsel dönüşümü içerir. Alan yazında farklı soyutlama türleri tanımlanmıştır. Bu türler, bireylerin zihinsel işlemleri yapılandırma biçimlerine, bilişsel düzeylerine ve öğrenme süreçlerine göre çeşitlenmektedir.

2.1.1.1. Empirik Soyutlama

Bireyin fiziksel nesnelerle etkileşimi sonucunda belirli özellikleri ve ilişkileri fark etmesiyle empirik soyutlama, ortaya çıkar. Piaget'e göre, çocuklar çevreyle olan deneyimleri sayesinde, doğrudan gözlemledikleri nicel ilişkileri soyutlayabilirler. Örneğin, farklı uzunluktaki çubukların karşılaştırılması sonucunda "uzunluk" kavramı oluşabilir. Bu soyutlama türü genellikle ilkokul çağındaki çocukların öğrenme sürecinde baskındır (Piaget, 2008).

2.1.1.2. Yansıtıcı Soyutlama

Yansıtıcı soyutlama, bireyin daha önce gerçekleştirdiği zihinsel işlemleri yeniden yapılandırmasıyla oluşur. Bu türde birey, yalnızca dışsal eylemleri değil, bu eylemler sırasında gerçekleşen zihinsel süreçleri de fark ederek genelleme yapar. Örneğin, toplama işlemi defalarca tekrarlandığında öğrencinin çarpma kavramını keşfetmesi bu tür soyutlamaya örnek verilebilir (Piaget & Garcia, 1989).

2.1.1.3. Geleneksel Soyutlama

Geleneksel soyutlama yaklaşımı, Sfard'ın çalışmalarıyla daha belirgin hale gelmiştir. Bu yaklaşıma göre kavramsal öğrenme üç aşamada gerçekleşir: içselleştirme, sıkıştırma ve nesneleştirme. Öğrenci önce işlemsel bir düzeyde kavramla tanışır, ardından bu işlemleri zihinsel olarak tek birim gibi işler ve nihayetinde bu birimi bir "matematiksel nesne" olarak kullanmaya başlar (Sfard, 1991).

2.1.1.4. Bağlamsal Soyutlama

Bağlamsal soyutlama, soyutlamanın bireysel zihinsel süreçlerden ziyade sosyal ve pedagojik bağlam içerisinde oluştuğunu savunur. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'un (2001) "Bağlamsal Soyutlama" modelinde soyutlama; tanıma (recognizing), organize etme (organizing) ve yapılandırma (constructing) gibi epistemik eylemler yoluyla açıklanır. Bu tür soyutlama, özellikle işbirlikli öğrenme ortamlarında ve açık uçlu problem çözme süreçlerinde gözlenir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

2.1.1.5. Pseudo Soyutlama (Sözde Soyutlama)

Vinner (1983), soyutlamanın yalnızca kavramların isimlerini bilmekle sınırlı olmadığını; kavramın ilişkisel anlamını içermesi gerektiğini savunur. Öğrencinin bir matematiksel terimi doğru kullanması, kavramı gerçekten anladığı anlamına gelmeyebilir. Bu tür yüzeysel kavrayışlar, pseudo soyutlama olarak adlandırılır. Bu tür öğrenmede öğrenci, kavramı bir sembol ya da formül olarak ezberler; ancak kavramın yapısını anlayamaz(Vinner,1983).

2.1.1.6. Genetik Soyutlama

Davydov'un kuramına göre, soyutlama bireyin günlük deneyimlerinden değil, bilimsel kavramların içsel yapılarını analiz ederek gerçekleşir. Bu sürece "genetik soyutlama" adı verilir. Bu yaklaşımda öğrenme, öğrencinin yalnızca hazır bilgiyi edinmesiyle değil, kavramı tarihsel-toplumsal bağlam içinde yeniden üretmesiyle oluşur. Öğrenci, matematiksel bilgiyi üretme sürecine katılır (Davydov, 1990).

2.1.2. Matematiksel Soyutlama Modelleri

Matematiksel soyutlama süreci, öğrencilerin yalnızca kavramları öğrenmesini değil, bu kavramları zihinsel olarak yapılandırmasını da gerektirir. Bu sürecin nasıl gerçekleştiğini açıklamak amacıyla geliştirilen soyutlama modelleri, öğrenme sürecinin daha derinlemesine anlaşılmasını sağlar. Bu bölümde, sosyal yapılandırmacı yaklaşımlardan üç temel model tanıtılmaktadır: Abstraction in Context (AiC), RBC Modeli, RBC+C Genişletimi.

2.1.2.1. Abstraction in Context (AiC) Modeli

AiC modeli, Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından geliştirilmiştir. Bu modele göre soyutlama, bireyin belirli bir bağlamda gerçekleştirdiği üç temel epistemik

eylem üzerinden açıklanır: Tanıma (Recognizing), Yapılandırma (Structuring) ve Kullanma (Constructing).

Tanıma: Öğrencinin daha önce karşılaştığı bir kavramı ya da örüntüyü yeni bir problemde fark etmesidir.

Yapılandırma: Öğrenci, tanıdığı ögeleri bağlamsal bir düzlemde yeniden düzenler.

Kullanma: Yeni ilişkiler kurularak daha üst düzey bir kavram geliştirilir.

AiC modeli, soyutlamanın yalnızca bireysel bir bilişsel süreç olmadığını, aynı zamanda bağlamsal, pedagojik ve sosyal faktörlerin etkisi altında şekillendiğini savunur (Hershkowitz ve diğerleri, 2001).

2.1.2.2. RBC Modeli

RBC modeli, Dreyfus ve arkadaşları (2001) tarafından AiC'nin daha sistematik bir yapıya kavuşturulması amacıyla geliştirilmiştir. Bu modelde soyutlama süreci üç aşamada tanımlanır:Tanıma, Kullanma , Oluşturma

Tanıma (Recognizing): Öğrencinin deneyimlerinden tanıdık yapılar keşfetmesi.

Kullanma (Building-with): Öğrencinin tanıdığı yapıları bir araya getirerek çözüm üretmesi.

Oluşturma (Constructing): Yeni bir kavram veya zihinsel yapı oluşturulması.

RBC modeli, soyutlamayı mikro düzeyde analiz edebilmek için kavramsal hareketlerin izlenebilirliğini öne çıkarır. Model, özellikle öğrencilerin kavramsal değişim süreçlerini analiz etmede etkili bir araçtır (Dreyfus, 2002).

2.1.2.3. RBC+C Modeli

RBC+C modeli, bireylerin matematiksel soyutlama sürecinde gerçekleştirdiği zihinsel ve sosyal eylemleri açıklamak üzere geliştirilmiş bir modeldir. Model, adını dört temel epistemik eylemden alır: Recognizing (Tanıma), Building-with (Kullanma), Constructing (Oluşturma) ve Consolidating (Pekiştirme). Bu model, ilk olarak AiC (Abstraction in Context) yaklaşımının bir uzantısı olarak ortaya çıkmış, daha sonra Dreyfus, Hershkowitz ve arkadaşları tarafından biçimlendirilmiştir (Hershkowitz vd., 2001; Dreyfus, 2002).

Bu modelde soyutlama, bir matematiksel yapının öğrencinin zihninde yapılandırılmasına kadar geçen tüm bilişsel süreci kapsar. Öğrenciler bu süreçte kavramları önce tanır, sonra

çeşitli görevler aracılığıyla kullanır, ardından yeni anlamlar inşa eder ve son olarak sosyal ya da bireysel yollarla bu yapıları pekiştirerek kalıcı hâle getirirler (Dreyfus, 2002).

Model, öğrencinin bir matematiksel kavramı nasıl fark ettiğini, nasıl yapılandırdığını ve nasıl kalıcı hâle getirdiğini epistemik eylemler aracılığıyla açıklamaya çalışır. Bu yönüyle hem bireysel hem de sosyal öğrenme süreçlerine ışık tutar (Dreyfus, 2002).

2.1.2.3.1. Tanıma (Recognizing)

Tanıma, öğrencinin mevcut bilişsel yapılarıyla yeni karşılaştığı durumu ilişkilendirerek fark ettiği ilk epistemik eylemdir. Bu aşamada öğrenci, daha önce öğrendiği bir kavramı yeni bir problem durumunda tanır. Bu süreçte öğrencinin zihninde geçmiş öğrenmelere dair kavram imajı (concept image) devreye girer (Vinner & Hershkowitz, 1983). Bilişsel açıdan tanıma, önceki şemaların harekete geçirilmesidir ve genellikle sezgiseldir. Bu aşama soyutlamanın "başlatıcı epistemik eylemi" olarak kabul edilir, çünkü öğrenci bu tanıma olmadan diğer eylemlere geçemez (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Örneğin, bir öğrencinin prizmaların özelliklerini hatırlaması, prizmalara günlük hayattan örnekler verebilmesi veya prizma açınımlarını farkedebilmesi tanıma eyleminin gerçekleştiğinin göstergesidir.

2.1.2.3.2. Kullanma (Building-with)

Kullanma, öğrencinin tanıdığı bilgiyi problem çözme bağlamında yeniden düzenleyerek aktif biçimde işlemesidir. Bu süreçte öğrenen, var olan kavramsal yapıları birbirine bağlar ve ilişkisel düşünme devreye girer. Tanınan bilgi, artık statik bir kavram değil, bir işlevsel araç hâline gelir. Bu eylem, öğrencinin önceki bilgileri tekil olarak değil, organize bir biçimde uygulamasını ve daha karmaşık yapılara zemin hazırlamasını sağlar. Soyutlamada bu basamak, öğrencinin aktif bilişsel çabasını simgeler ve genellikle deneme-yanılma, çıkarım yapma ve düzenleme içerir (Dreyfus, 2002). Tanınan yapılar, bu aşamada anlamlı biçimde kullanılır. Öğrenci, çözüm stratejileri geliştirirken tanıdığı kavramları uygulamaya döker; ancak henüz yeni bir kavramsal yapı oluşturmaz (Dreyfus vd., 2006; Arnon vd., 2014). Bir öğrenci daha önce bildiği alan bilgisini hatırlayarak prizmaların yüzey alanı problemlerini çözüyorsa bu durum öğrencinin bilgiyi kullandığını gösterir.

2.1.2.3.3. Oluşturma (Constructing)

Oluşturma, bireyin daha önce tanıdığı ve kullandığı matematiksel kavramları bir araya getirerek, önceden zihninde var olmayan yeni bir kavramsal yapıyı inşa etmesi sürecidir. Bu aşama, soyutlamanın merkezinde yer alır ve öğrencinin zihinsel düzeyde bir dönüşüm yaşadığı noktadır. Öğrenci, yalnızca mevcut bilgileri kullanmakla kalmaz; onları ilişkisel bir biçimde yeniden düzenleyerek yepyeni bir kavramsal bütünlüğe ulaşır (Dreyfus, 2002).

Dreyfus (2002), bu süreci "kavramsal yaratım" olarak nitelendirir ve öğrencinin matematiksel düşünmesinde niteliksel bir sıçrama olduğunu vurgular. Oluşturma süreci, bireyin zihninde anlamın derinleştiği, yapıların kalıcı hâle geldiği ve genellikle bilişsel çatışmaların çözülmesiyle sonuçlanan bir öğrenme düzeyini temsil eder. Oluşturma, öğrencinin daha önce sahip olmadığı yeni bir kavramsal yapı geliştirmesi sürecidir. Öğrenci, tanıdığı ve kullandığı bilgileri bir araya getirerek, daha önce zihninde var olmayan bir matematiksel ilişkiyi oluşturur. Bu, öğrenmenin en üst düzey bilişsel çıktılarından biridir (Dreyfus, 2002). Bir öğrencinin daha önce öğrendiği prizmaların özellikleri ve yüzey alanı bilgilerini biraraya getirerek zihninde var olmayan prizmaların hacim bilgisini oluşturması bu basamağa örnek olarak verilebilir.

2.1.2.3.4. Pekiştirme (Consolidating)

Pekiştirme, oluşturulan kavramsal yapının farklı problem türlerinde kullanılması, sosyal ortamda paylaşılması veya kendi başına tekrar edilmesi yoluyla zihinsel olarak stabilize edilmesidir. Pekiştirme, bireyin oluşturduğu kavramsal yapıyı kalıcı hâle getirme sürecidir. Bu, genellikle öğrenci-öğrenci ya da öğrenci-öğretmen etkileşimleriyle gerçekleşir. Öğrenci yeni kavramını açıklar, tartışır ve gerekirse yeniden düzenler. Bu aşamada, bireyin oluşturduğu yeni bilgi artık yalnızca bir deneyim değil, bilişsel bir yapı hâline gelir. Öğrenci, bu kavramı başka durumlarda uygulayabilir ve böylece genellemeye ulaşır. Sosyokültürel öğrenme teorilerine göre bu aşama, öğrenmenin kalıcı hâle gelmesinde kritik bir rol oynar (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Örneğin, bir öğrencinin oluşturduğu hacim bilgisini farklı problem türlerinde defalarca formülü doğru kullanarak hesaplaması, öğrencinin bilgiyi kalıcı hale getirdiğini ve pekiştirdiğini gösterir.

Bu araştırmada, özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerini derinlemesine inceleyebilmek amacıyla RBC+C modeli kuramsal çerçeve olarak benimsenmiştir. RBC+C modeli, öğrencilerin kavramsal bilgiyi tanıma, bu

bilgilerle işlem yapma, yeni yapılar oluşturma ve bu yapıları pekiştirme süreçlerini sistematik biçimde analiz etmeye olanak tanıyan yapılandırılmış bir modeldir (Arnon vd., 2014). Modelin sunduğu dört aşamalı yapı (Recognizing, Building-With, Constructing, Consolidation), özellikle farklı gelişim özellikleri gösteren öğrenci gruplarının bilişsel süreçlerini değerlendirmeye elverişlidir (Dreyfus vd., 2006). Bu yönüyle RBC+C modeli, öğrencilerin yalnızca mevcut kavramları kullanma düzeyini değil, aynı zamanda yeni kavramsal yapılar inşa etme ve bu yapıları kalıcı bilgi hâline getirmelerine olanak sağlamaktadır. Araştırmanın amacı doğrultusunda, modelin sunduğu açıklık ve esneklik, hem nitel veri analizlerine hem de öğrenci profillerine ilişkin anlamlı yorumlar yapılmasına katkı sağlamaktadır.

RBC+C modeli yalnızca matematiksel öğrenmenin ne olduğunu değil, aynı zamanda nasıl gerçekleştiğini açıklamaya çalışır. Özellikle soyutlama gibi zihinsel olarak karmaşık bir süreci gözlemlenebilir dört epistemik eyleme ayırması modelin gücünü artırmaktadır (Arnon vd., 2014). Her bir basamak birbirine bağlıdır ve yalnızca doğrusal değil, döngüsel biçimde de gerçekleşebilir. Örneğin, oluşturma gerçekleşmeden önce öğrenci bir kez daha tanıma ve kullanma aşamalarına dönebilir (Dreyfus vd., 2006).

2.2. Prizmaların Öğretimi ve Öğrenme Süreçleri

Hacim kavramı, öğrencilerden yalnızca üç boyutlu düşünme değil, aynı zamanda çok adımlı akıl yürütme ve kavramlar arası ilişki kurma becerisi talep eden karmaşık bir öğrenme alanıdır. Bu nedenle öğrencilerin zihinsel yapılandırma süreçlerinde sıklıkla zorlandıkları görülmektedir. Araştırmalar, öğrencilerin hacim ve yüzey alanı kavramlarını birbirine karıştırdıklarını, ölçme birimleri arasında geçiş yaparken hata yaptıklarını ve hacmi çoğu zaman yalnızca formülle ilişkilendirdiklerini ortaya koymaktadır (Battista, 2007; Çıldır, 2014). Ben-Haim vd. (1985) de öğrencilerin hacmi anlamlandırmak yerine algoritmik işlemlere yöneldiklerini, bu nedenle yeni durumlara bilgilerini transfer etmede güçlük yaşadıklarını belirtmektedir. Van Hiele (1986) ise geometrik düşünmenin basamaklı bir gelişim gösterdiğini, hacimsel düşünmenin ise öğrencilerden daha üst düzey soyutlama gerektirdiğini ifade etmektedir. Bu bağlamda prizma konusunun öğretimi yalnızca tanımların aktarımıyla sınırlı kalmamalı; öğrencilerin kavramı zihinsel olarak inşa etmelerine ve farklı bağlamlarda pekiştirmelerine imkân tanıyan öğrenme ortamlarıyla desteklenmelidir (Hershkowitz vd., 2001).

Bu süreci anlamlandırmakta RBC+C soyutlama modeli, öğrenci düşünme süreçlerini analiz etmek açısından güçlü bir kuramsal temel sunar. RBC+C modelinin diğer kuramlardan temel farkı, soyutlamayı bağlamdan kopuk bir zihinsel süreç olarak değil; sosyal, tarihsel, pedagojik ve teknolojik unsurların iç içe geçtiği aktif bir yapı olarak ele almasıdır (Dreyfus, 2007). Modelin tanıma aşamasında, öğrencinin ön bilgileri harekete geçer; kullanma basamağında ise öğrenci mevcut bilgilerini yeni bağlamlara taşır. Oluşturma aşamasında öğrenci yeni yapılar geliştirir; pekiştirme basamağında ise bu yapılar farklı problemlerde tekrar kullanır(Hershkowitz vd., 2001; Dreyfus, 2002). Bu çerçevede prizma konusunun öğretiminde özellikle oluşturma ve pekiştirme eylemlerine yönelik etkinliklerin sayıca az ve nitelik açısından sınırlı olduğu bazı çalışmalarda vurgulanmıştır (Coşar & Keşan, 2021).Prizmalar konusuna ilişkin kavramların öğrenciler tarafından nasıl yapılandırıldığı, bireysel bilişsel özelliklere ve özellikle soyutlama düzeyine bağlı olarak çeşitlenmektedir. Öğrencilerin hacim ve yüzey alanı gibi üç boyutlu kavramlar arasında ilişki kurabilmeleri, bu kavramların zihinsel temsillerini oluşturabilmeleriyle yakından ilişkilidir (Güler & Altun, 2021). Ancak bu süreç, her öğrenci için aynı düzeyde işlememekte; özellikle yapılandırma ve genelleme gibi üst düzey bilişsel işlemlerde belirgin bireysel farklılıklar gözlemlenebilmektedir (Karataş-Güler & Ulusoy, 2025). Bu çalışma kapsamında herhangi bir öğretim uygulaması yapılmadan, öğrencilerin mevcut bilişsel durumları temel alınarak prizmalara yönelik soyutlama süreçleri analiz edilmektedir. Soyutlama sürecinin analizinde RBC+C modeli bir kuramsal çerçeve olarak kullanılarak, öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri incelenmektedir (Hershkowitz vd., 2001). Böylece öğrencilerin hangi aşamalarda yoğunlaştıkları ya da zorlandıkları ortaya konularak, matematiksel kavramların içselleştirilme biçimlerine ilişkin derinlemesine veriler elde edilmesi amaçlanmaktadır.

2.3. Öğrenci Profilleri

Bu araştırmada, genel zihinsel alanda özel yetenek tanısı almış öğrenciler ve normal gelişim gösteren öğrenciler olmak üzere iki farklı öğrenci grubuyla çalışılmıştır. Araştırma kapsamında her iki öğrenci grubuna da araştırmacı tarafından aynı uygulamalar yapılmıştır. Öğrencilerin soyutlama süreçleri, tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme gibi bilişsel eylemler çerçevesinde analiz edilmiştir. Böylelikle öğrencilerin matematiksel bilgiyi soyutlama süreçleri, sahip oldukları bireysel özellikler bağlamında değerlendirilmiştir.

2.3.1. Özel Yetenekli Öğrenciler

Özel yetenekli öğrenciler, iki aşamalı tanılama süreci sonucunda, genel zihinsel yetenek alanında tanı almış ve bu tanı sonucunda Bilim ve Sanat Merkezlerinde eğitim almaya hak kazanan bireylerdir. Bu öğrenciler, akranlarına kıyasla daha hızlı öğrenme, soyut ilişkileri fark etme, problem çözmede esneklik gösterme ve kavramsal genellemelere ulaşma gibi bilişsel özellikler sergileyebilirler (Sak, 2014; Subotnik vd., 2011).

Özellikle matematik öğrenme süreçlerinde, özel yetenekli bireyler yalnızca işlem düzeyinde değil, kavramsal düzeyde de güçlü bir anlayış geliştirme eğilimindedirler. Soyut kavramları daha kısa sürede içselleştirebilirler, farklı temsil biçimleri arasında geçiş yapabilirler ve kavramsal genellemeler oluşturmada akranlarına göre daha etkili stratejiler geliştirebilirler (Cosar & Keşan, 2021). Bu öğrenciler, yeni karşılaştıkları problemler karşısında yaratıcı ve esnek çözüm yolları geliştirme eğilimi gösterirler; alışılmış kalıpların dışında düşünme yetenekleriyle matematiksel düşünme süreçlerinde yüksek başarı sergileyebilirler. (Gagné, 2005; Leikin, 2011). RBC+C modelinin oluşturma ve pekiştirme aşamaları, özel yetenekli öğrencilerde belirgin biçimde gözlenebilmektedir. Bu öğrenciler, matematiksel yapıları yeniden inşa etme ve farklı durumlara transfer edebilme konusunda daha ileri düzeyde performans sergileyebilirler (Hershkowitz vd., 2001).

2.3.2. Normal Gelişim Gösteren Öğrenciler

Yaşlarına ve sınıf düzeylerine uygun akademik performans sergileyen, genel zihinsel yetenek alanında özel yetenek tanısı almamış bireylerden oluşmaktadır. Bu öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçleri genellikle somut materyaller, öğretmen rehberliği ve yapılandırılmış tekrarlarla desteklenerek gelişmektedir (MEB, 2018). 2024 tarihli Maarif Modeli Matematik Öğretim Programı öğrencilerin bilişsel gelişimlerini dikkate alarak, öğretim sürecinde "somuttan soyuta aşamalı geçiş" ilkesini merkeze almakta; her öğrencinin öğrenme hızının ve kavramsal soyutlamaya ulaşma sürecinin farklılık gösterebileceğini vurgulamaktadır (MEB, 2024). Bu bağlamda, kavramlar arası geçiş yapma, temsil biçimleri arasında ilişki kurma ve genelleme gibi üst düzey düşünme becerilerinde normal gelişim gösteren öğrencilerin daha fazla zamana ve yönlendirmeye ihtiyaç duydukları, hem öğretim programında belirtilen yaklaşımlarla hem de önceki araştırma bulgularıyla örtüşmektedir (Karataş-Güler & Ulusoy, 2025).

2.4. İlgili Araştırmalar

2.4.1. Özel Yetenekli Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerini İnceleyen Çalışmalar

Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri, özellikle soyutlama bağlamında yapılan araştırmalarla son yıllarda daha ayrıntılı biçimde incelenmektedir. Bu kapsamda RBC+C modeli, öğrencilerin kavramsal yapılandırmalarını tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleriyle açıklayan güçlü bir kuramsal çerçeve sunmuştur. Alanyazında bu modeli temel alarak yürütülen çok sayıda çalışma, özel yetenekli bireylerin soyutlama süreçlerindeki bilişsel derinliği ve stratejik farklılıkları ortaya koymaktadır.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) ise soyutlama sürecini sosyal etkileşim bağlamında ele almış; özel yetenekli öğrencilerin grup içinde kavramsal alışverişe dayalı stratejiler geliştirerek esnek çözümler ürettiklerini belirtmişlerdir.

Leikin (2011), özel yetenekli öğrencilerin çoklu çözüm yolları üretme ve bu yollar arasında geçiş yapma becerilerinin, soyut düşünme esnekliğinin önemli bir göstergesi olduğunu ifade etmiştir.

Çıldır (2014), araştırmasında iki üstün yetenekli öğrencinin denklem bilgisi oluşturma sürecini RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde incelemektedir. Her iki öğrenci de, verilen günlük yaşam problemi üzerinden birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem kurabilmiş, ancak özellikle değişkenler arasındaki işlemi formülleştirme sürecinde zorluk yaşamıştır. Eğitim öncesi ve sonrası durumlar arasında önemli farklar gözlenmiş; eğitim sonrası soyutlama süreci daha güçlü gerçekleşmiştir.

Şimşekler (2017), araştırmasında bir üstün yetenekli öğrencinin cebirsel işlemler konusunda soyutlama sürecini incelemiştir. Araştırma sonucuna göre öğrencinin matematiksel soyutlama yapabildiği görülmüştür.

Coşar (2021) hazırladığı doktora tezinde öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre yüksek güdüsel stratejiye sahip öğrencilerin RBC+C soyutlama teorisine göre tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemelerini gerçekleştirmede başarılı oldukları ancak düşük ve orta düzeyde güdüsel stratejiye sahip öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür.

Karataş Güler ve Ulusoy(2025) tarafından yürütülen çalışmada üstün yetenekli bir lise öğrencisinin bölünebilme kuralları konusundaki soyutlama süreci RBC+C modeliyle incelenmiş ve öğrencinin bilgi oluşturma sürecindeki bilişsel eylemler detaylı olarak analiz edilmiştir. Araştırmaya göre öğrenci, bölünebilme kurallarını soyutlamak için gerekli ön bilgileri tanıyıp kullanabilmiştir. Farklı basamaklı sayıların basamak değerlerinden yola çıkarak daha karmaşık kuralları keşfetmiş, ancak bu süreçte araştırmacı rehberliğine ihtiyaç duymuştur. Araştırmacının desteğiyle, karmaşık bölünebilme kurallarının mantığını kavrayabilmiştir.

Gür ve Uyar Düldül(2025) yaptıkları araştırmada öğrencilerin dairenin alan formülünü oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modelini kullanarak analiz etmişlerdir. Çalışmanın sonuçlarına göre özel yetenekli öğrencilerin yalnızca mevcut matematiksel bilgiyi anlamakla kalmayıp, soyutlama becerilerini kullanarak yeni matematiksel yapılar oluşturabildikleri ortaya çıkmıştır.

Bu çalışmaların ortak yönü, özel yetenekli öğrencilerin soyutlama sürecinde daha esnek, derinlikli ve kavramsal temelli bir düşünme örüntüsü sergilediklerini ortaya koymalarıdır. Sonuç olarak, özel yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerine odaklanan araştırmalar, bu öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme gibi bilişsel eylemleri nasıl gerçekleştirdiklerini farklı konu alanlarında ortaya koymuştur. Bu çalışmalar; bölünebilme kuralları (Güler ve Ulusoy,2025), dairenin alanı (Gür ve Uyar Düldül, 2025), denklemler (Çıldır, 2014), kavramsal esneklik (Leikin, 2011) gibi farklı konularda yürütülmüştür. Yapılan araştırmalar genel olarak soyutlama kavramının süreçsel boyutları ve öğrencilerin bu süreçte sergiledikleri stratejilere odaklanmaktadır.

2.4.2. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerini İnceleyen Çalışmalar

Tsamir ve Dreyfus (2002), lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramını soyutlamalarındaki bilişsel süreçleri incelemişlerdir. Çalışma, öğrencilerin soyut bir matematiksel kavram olan "sonsuzluğu" ön bilgileriyle ilişkilendirme sürecinde "tanıma" ve "kullanma" eylemlerini başarıyla yerine getirdiklerini; ancak "oluşturma" ve özellikle "pekiştirme" basamaklarında kavramsal belirsizlikler yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bu durum, soyut kavramların öğretiminde kavramsal örneklerin çeşitlendirilmesinin gerekliliğine işaret etmektedir.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2006), yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdikleri çalışmalarında, öğrencilerin cebirsel ifadeleri çoklu temsiller aracılığıyla nasıl yapılandırdıklarını RBC+C modeli çerçevesinde analiz etmişlerdir. Araştırmada, öğrencilerin sembolik, grafiksel ve sözel temsiller arasında geçiş yaparak "kullanma" ve "oluşturma" eylemlerine yöneldikleri; ancak soyut yapıyı genelleme sürecinde, yani "pekiştirme" aşamasında zorlandıkları gözlenmiştir. Bu durum, genelleme becerilerinin gelişimi için çoklu temsillerle desteklenen öğrenme ortamlarının önemini ortaya koymaktadır (Dreyfus vd., 2006).

Yeşildere (2006) hazırladığı doktora tezinde farklı matematiksel güce sahip ortaokul öğrencilerinin bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri yavaş ve sorunlar içermektedir. Yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinden tanıma, kullanma ve oluşturma basamaklarında daha başarılı oldukları görülmüştür.

Altun ve Yılmaz (2008), lise birinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdikleri çalışmada, tam değer fonksiyonu konusundaki soyutlama süreçlerini incelemiştir. Öğrencilerin günlük yaşam problemleri yoluyla fonksiyon kavramını tanıdıkları, ardından bu kavramı farklı bağlamlarda kullanarak oluşturma ve genellemeye ulaştıkları gözlemlenmiştir. Çalışma, RBC modeline dayalı olarak öğrencilerin basitten karmaşığa, somuttan soyuta ilerleyen bir öğrenme süreci geçirdiklerini göstermiştir.

Memnun ve Altun (2012), koordinat düzlemi konusunu işledikleri araştırmalarında ortaokul öğrencilerinin soyutlama süreçlerini analiz etmişlerdir. Bulgular, öğrencilerin başlangıçta kavramları ezber düzeyinde tanıdıklarını; ancak uygun öğrenme ortamlarında kavramsal ilişkileri oluşturmaya başladıklarını göstermiştir.

Altun ve Durmaz (2013), yaptığı araştırmada 6. Sınıf öğrencisinin doğrusal ilişki bilgisini oluşturma sürecini yapılandırmacı yaklaşım ve RBC soyutlama modeli çerçevesinde incelemiştir. Çalışmada öğrencinin doğrusal ilişki bilgisini belirli bir düzeyde soyutlayabildiği görülmüştür. Araştırma sonucuna göre yapılandırmacı ve problem temelli etkinliklerin, öğrencinin matematiksel kavramları anlamasında ve soyutlamasında etkili olduğu vurgulanmıştır.

Tabach, Hershkowitz ve Schwarz (2014), altıncı sınıf öğrencileriyle yürüttükleri araştırmada, sınıf içi etkileşimler sırasında öğrencilerin kolektif soyutlama süreçlerini

analiz etmişlerdir. RBC+C modeline dayalı analizlerde, öğrencilerin grup içinde tartışarak tanıma ve kullanma eylemlerini kolektif biçimde gerçekleştirdikleri; buna karşın oluşturma ve pekiştirme eylemlerinde bireysel düşünsel katkıların belirleyici olduğu ortaya konmuştur. Bu bulgular, soyutlama sürecinin hem bireysel hem de sosyal boyutlarının birlikte değerlendirilmesi gerektiğini göstermektedir (Tabach vd., 2014).

Kaplan ve Açıl (2015), 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C modeli çerçevesinde incelemiş; öğrencilerin tanıma ve kısmen kullanma eylemlerinde başarılı olduklarını, ancak oluşturma ve pekiştirme eylemlerinde zorlandıklarını belirlemiştir.

Güler ve Arslan (2017), lise, lisans ve yüksek lisans öğrencileriyle yürüttükleri çalışmada üçgende benzerlik bilgisinin soyutlanmasını incelemişlerdir. RBC+C modeli bağlamında yapılan çözümlemede, öğrencilerin tanıma ve kullanma süreçlerinde sistematik bir ilerleme gösterdikleri; ancak kavramsal genellemeyi pekiştirme düzeyine taşımada bireysel farklılıkların etkili olduğu belirlenmiştir. Özellikle üst düzey öğrencilerde pekiştirmenin daha açık ve sistematik gerçekleştiği raporlanmıştır.

Ulaş ve Yenilmez (2017), 7. sınıf öğrencilerinin özdeşlik konusunu kavramlaştırma süreçlerini RBC+C modeliyle ele almıştır. Tanıma ve kullanma eylemlerinde öğrencilerin temel tanımlar üzerinden ilerlediği; ancak oluşturma sürecinde simetrik düşünme ve genellemeye ulaşma konusunda sınırlılıklar yaşadıkları raporlanmıştır.

Altaylı-Özgül (2018), hazırladığı doktora tezinde 6. sınıf düzeyindeki öğrencilerin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerini incelemiştir. Öğrencilerin geometrik özellikleri tanıma ve kullanma konusunda başarılı oldukları; ancak çokgenlerin sınıflandırılması ve genellemeye ulaşma aşamalarında sınırlılıklar yaşadıkları belirlenmiştir. Araştırma, görsel ve sözel temsil çeşitliliğinin soyutlamayı desteklediğine işaret etmektedir.

Hasar (2019), 6. sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlem yaparken soyutlama süreçlerini incelemiştir. Araştırma, öğrencilerin sayma düzeyinden işlem düzeyine geçerken özellikle oluşturma ve pekiştirme eylemlerinde zorlandığını ortaya koymuştur. Bu durum, öğrencilerin kavramsal anlayışlarının derinleştirilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

Özçakır Sümen (2019), çalışmasında ilkokul öğrencilerinin bütün,yarım, çeyrek konularında bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde incelemiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin çoğu bütün, yarım ve çeyrek kavramlarını soyutlayamamıştır.

Demir ve Gür (2020), lise öğrencileriyle gerçekleştirdikleri araştırmada parabol kavramı üzerinden öğrencilerin soyutlama süreçlerini analiz etmişlerdir. RBC+C modeline göre yapılan analizlerde öğrencilerin özellikle oluşturma eyleminde kavramsal birleşmeleri başarabildikleri; ancak bazı öğrencilerin pekiştirme aşamasında matematiksel ifadelerle açıklama yapmada zorlandıkları ortaya konmuştur. Bu durum, matematiksel dili kullanma becerilerinin soyutlama sürecindeki önemini vurgulamaktadır.

Hisar (2020) 7. Sınıf çokgenler konusunu 5E öğrenme döngüsü ve RBC soyutlama modeliyle incelemiştir. Çalışmanın bulgularına göre, öğrenciler başta çokgen kavramını ve özelliklerini tanımakta zorlanmışlardır ama süreç sonunda çokgenleri tanıyabildikleri ve hiyerarşi kurabilmişlerdir.

Eroğlu'nun (2021) araştırması, 7. sınıf öğrencilerinin merkezi eğilim ölçülerine yönelik soyutlama süreçlerini ele almıştır. Bulgular, öğrencilerin tanıma eylemini gerçekleştirmede başarılı olduklarını; ancak oluşturma sürecinde, kavramlar arası ilişkileri kurmakta zorluk yaşadıklarını göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin desteklenmesi gerektiğine işaret etmektedir.

Okuyucu (2022) 5. Sınıf öğrencilerinin dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmi ile ilgili bilgileri oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin çoğu bilgiyi oluşturabilmiş ancak sadece başarılı öğrenciler pekiştirebilmiştir. Bu çalışma matematik başarısının düştükçe soyutlama hızı ve başarısının da düştüğünü ortaya koymuştur.

Elias ve Dreyfus (2022), lise öğrencilerinin limit kavramını soyutlama süreçlerini incelemişlerdir. Çalışma, öğrencilerin limit kavramını tanımlama ve grafiksel temsillerle kullanma konusunda başarılı olduklarını; ancak "oluşturma" aşamasında limitin anlamını sembolik düzeyde yapılandırmakta zorlandıklarını ve "pekiştirme" aşamasında kavramsal tutarlılık geliştiremediklerini ortaya koymuştur. Bu bulgular, soyutlamanın derinleşebilmesi için sembolik matematiksel dilin erken aşamalarda desteklenmesinin önemini göstermektedir.

Bütüner'in (2024) 5. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada, prizmaların yüzey alanı bilgisini oluşturma konusundaki soyutlama süreçleri RBC+C modeli bağlamında analiz edilmiştir. Öğrencilerin özellikle tanıma ve kullanma eylemlerinde aktif oldukları, ancak oluşturma aşamasında kavramsal genellemeye ulaşmakta zorlandıkları belirlenmiştir. Bu durum, soyutlamanın ileri düzey bilişsel taleplerini karşılamak için öğretimsel desteğin önemini vurgulamaktadır.

Aramış Barış ve Kula Ünver (2024) , 7. Sınıf öğrencinin orantı kavramını nasıl yapılandırdıklarını RBC+C modeli kapsamında incelemiştir. Araştırmanın bulgularına göre yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerin düşük başarı düzeyindeki öğrencilere göre tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini daha kolay gerçekleştirdikleri görülmüştür.

Literatürde normal gelişim gösteren öğrencilerle RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde yapılan çalışmalar incelendiğinde genel olarak başarı düzeyinin artmasıyla soyutlama yapabilme başarısının da arttığı belirtilmiştir. Yüksek başarı gösteren öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerini gösterebildiği ancak diğer öğrencilerin soyutlama sürecinde zorlandığı belirtilmiştir(Yeşildere,2006; Bütüner,2024; Okuyucu,2022; Aramış Barış ve Kula Ünver,2024).

Yapılan çalışmalar cebirsel ifadeler(Dreyfus vd., 2006; Kaplan ve Açıl,2015; Ulaş ve Yenilmez,2017), koordinat düzlemi(Memnun ve Altun, 2012), prizmalar (Bütüner,2024; Okuyucu,2022), çokgenler (Altaylı Özgür,2018; Hisar,2020) gibi farklı konularda yürütülmüştür.

Yapılan tüm çalışmalar dikkate alındığında RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde ya sadece normal gelişim gösteren öğrencilerle, ya da sadece özel yetenekli öğrencilerle çalışmaların yürütüldüğü görülmektedir. Erişilebilen literatürde normal gelişim gösteren öğrencilerle özel yetenekli öğrencilerin aynı anda RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde soyutlama süreçlerinin incelendiği çalışmaya rastlanmamıştır. Bu araştırmada özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin soyutlama süreçleri doğrudan öğretim yapılmadan, bireysel farklılıklar dikkate alınarak RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde analiz edilecektir. Böylece literatüre gözleme ve doğal durum analizine dayalı özgün bir katkı sunulması hedeflenmektedir.

3. YÖNTEM

Bu başlık altında araştırmanın modeli, veri toplama süreci ,veri toplama araçları, çalışma grubu ve verilerin analizi ilgili bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırmanın amacı özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin soyutlama süreçlerinin RBC+C (tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme) bilişsel eylemleri çerçevesinde karşılaştırmalı analizinin yapılmasıdır. Araştırmada genel zihinsel yetenek alanında özel yetenek tanısı almış ve normal gelişim gösteren(özel yetenek tanısı almamış) 5. Sınıf öğrencilerinin soyutlama süreçleri birbirleriyle karşılaştırılmalı olarak ele alınmaktadır. Bu amaç doğrultusunda çalışma nitel olarak tasarlanmıştır. Nitel araştırma yöntemleri, katılımcıların deneyimlerini ve algılarını derinlemesine anlamayı hedeflediği için tercih edilmiştir (Yıldırım & Şimşek, 2016). Bu tür yöntemler, araştırmacının katılımcıların yaşadıkları olayları ve bu olayların onlar için ne anlama geldiğini keşfetmesine olanak tanır (Büyüköztürk vd., 2017). Nitel araştırmanın sağladığı zengin veri, araştırmacının konuyu daha geniş bir bağlamda ele almasına olanak tanır ve nicel yöntemlerle elde edilemeyecek derinlikte bulgular sunar (Patton, 2014). Nitel araştırmaların en güçlü yönü, araştırmacıya araştırılan konu hakkında derin bilgi sağlamasıdır(Yıldırım ve Şimşek, 2016). Nitel yaklaşımla ele alınan çalışmalarda, çalışılan konu hakkında derin bir kavrayışa ulaşma çabası söz konusudur. Araştırmacı ek sorularla bilgiye ulaşmaya çalışırken öznel bir bakış açısı sunar(Karataş, 2015). Bu bağlamda, çalışmanın temel araştırma soruları, öğrenci deneyimlerinin anlamlandırılmasını, sürecin nasıl yaşandığını ve katılımcıların olaylara yükledikleri anlamları çözümlemeye yöneliktir.

Araştırma özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerini derinlemesine incelemeyi ve analiz etmeyi amaçladığından durum çalışması araştırma yöntemi olarak belirlenmiştir. Durum çalışmaları, belirli bir bağlamda gerçekleşen olayları ve süreçleri doğal ortamlarında detaylı bir şekilde inceleyerek, katılımcıların deneyimlerini ve düşüncelerini kapsamlı bir şekilde anlamayı sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Matematiksel soyutlama, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde kullandıkları zihinsel modellerin ve stratejilerin anlaşılmasını gerektiren karmaşık bir süreçtir. Bu bağlamda durum çalışması, öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerini derinlemesine analiz etmek için ideal bir yöntemdir.

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu, 2023–2024 eğitim-öğretim yılında Yozgat ili Sorgun ilçesinde öğrenim gören toplam altı beşinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Bu öğrencilerin üçü, Sorgun Bilim Sanat Merkezi'ne devam eden ve Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yürütülen tanılama süreci sonucunda genel zihinsel yetenek alanında özel yetenekli olarak tanımlanan öğrencilerden seçilmiştir. Bu öğrenciler; grup tarama uygulamaları ve bireysel zekâ testi (WISC-R, WISC-IV vb.) gibi çok aşamalı süreçler sonucunda Bilim ve Sanat Merkezi'ne yerleşmeye hak kazanmış bireylerdir.

Diğer üç öğrenci ise Sorgun Feyzullah Bektaş İmam Hatip Ortaokulu'nda öğrenim gören ve yaş grubu ile sınıf düzeyine göre yaşıtlarıyla benzer düzeyde gelişim gösteren öğrenciler arasından seçilmiştir. Bu öğrenciler "normal gelişim gösteren" bireyler olarak tanımlanmış ve özel yetenekli grup ile karşılaştırma yapılabilmesi amacıyla belirlenmiştir.

Katılımcı seçiminde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden "ölçüt örnekleme" tekniği kullanılmıştır. Özel yetenekli öğrenciler için ölçüt, Bilim ve Sanat Merkezi'ne resmi tanılama süreci sonucunda yerleştirilmiş olmalarıdır. Normal gelişim gösteren öğrencilerin seçiminde ise sınıf düzeyi, yaş, gönüllülük ve cinsiyet dengesi gibi etkenler dikkate alınmıştır. Her iki gruptaki öğrencilerin belirlenmesinde ilgili okul yönetimleriyle iş birliği yapılmış, gerekli veli izin belgeleri alınmış ve öğrencilerin sürece gönüllü katılım göstermeleri sağlanmıştır.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada, öğrencilerin düşünme süreçlerini ve soyutlama düzeylerini derinlemesine incelemek amacıyla odaklı görüşme tekniği kullanılmıştır. Odaklı görüşmeler belirli bir tema veya sorun etrafında yapılandırılmış sorularla yürütülen ve katılımcıların deneyimlerini, düşüncelerini ve görüşlerini ayrıntılı bir şekilde ifade etmelerini sağlayan bir görüşme türüdür (Creswell, 2013). Belirli bir konu etrafında yapılandırılmış sorularla yürütülen, ancak katılımcıların kendi deneyim ve düşüncelerini özgürce ifade etmelerine de olanak tanıyan yarı yapılandırılmış bir görüşme türü olan odaklı görüşmeler, özellikle belirli bir olay, deneyim ya da öğrenme süreci hakkında katılımcıların düşünme süreçlerini derinlemesine incelemek için tercih edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu teknikte, görüşme soruları önceden belirlenmekte ancak katılımcının verdiği yanıtlara bağlı olarak esnekliğe izin verilmektedir.

Odaklı görüşmeler kapsamında araştırmacı tarafından hazırlanan çalışma kağıtları aracılığıyla veri toplanmıştır. Çalışma kağıtları öğrencilerin soyutlama süreçlerini ortaya çıkarmaya yönelik yazılı kaynaklardır. Öğrencilerin problem durumlarına verdikleri cevapları açıklamalarını sağlamak için sorular sorulmuştur. Öğrencilerin görüşme boyunca verdikleri cevapların ses kaydı alınmıştır. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar hem yazılı hem sözlü olarak kaydedilerek soyutlama süreçlerini derinlemesine analiz etme fırsatı ortaya çıkmıştır.

Çalışma kağıtları, araştırmanın ilk veri kaynağını oluşturmuştur. Öğrencilere, RBC+C soyutlama modelinin epistemik eylem basamaklarına (tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme) uygun hazırlanmış sorular içeren çalışma kağıdı uygulanmıştır. Bu çalışma kağıtları, öğrencilerin soyutlama düzeylerini, strateji kullanım biçimlerini, çözüm yaklaşımlarını ve düşünme süreçlerini yazılı olarak ortaya koymalarına imkân tanımıştır. Yazılı yanıtlar, öğrencilrein bireysel bilişsel süreçlerini doğrudan yansıtması bakımından nitel veri analizi açısından anlamlı veriler üretmiştir (Akdemir & Kılıç, 2021).

İkinci veri toplama aracı olan odaklı görüşmeler, çalışma kağıtlarının uygulanmasının ardından gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler, öğrencilerin çalışma kağıtlarında verdikleri yanıtlar üzerinden yürütülmüş, böylece her katılımcının düşünme sürecini sözlü olarak gerekçelendirmesi sağlanmıştır. Görüşmelerde yarı yapılandırılmış bir form kullanılmış; temel sorular önceden belirlenmiş, katılımcı yanıtlarına bağlı olarak ek sorular yöneltilmiştir. Odaklı görüşmelerin bu yapısı, katılımcının kendi düşünce sürecini yapılandırarak ifade etmesine imkan tanırken, araştırmacıya da bu süreci doğal ortamında gözlemleme imkânı sunmuştur (Taghisoylu, 2020).

Her iki veri türü, örnek olay desenine uygun olarak aynı bağlamda toplanmış ve birbirini tamamlayacak şekilde analiz edilmiştir. Çalışma kağıtlarında yazılı olarak ifade edilen öğrenci cevapları ile görüşmelerde dile getirilen açıklamalar arasında kurulan bağ, araştırmanın geçerlik ve derinliğini artırmıştır (Baxter & Jack, 2008). Bu yöntemler, hem bireysel hem de etkileşimsel bilişsel süreçlerin ayrıntılı olarak incelenmesine olanak sağlamıştır.

Veri toplama süreci boyunca, katılımcıların gönüllü onamları alınmış, sesli kayıtlar etik kurallar çerçevesinde gerçekleştirilmiş ve tüm veriler yazıya aktarılmıştır. Çalışma kağıtların hepsi taranarak analize hazır hale getirilmiştir. Elde edilen veriler, sonraki

aşamada analiz edilmek üzere hazırlanmıştır. Bu araştırmada veriler, öğrencilerin prizma kavramına ilişkin düşünme süreçlerini ortaya koymaya yönelik olarak yapılandırılan çalışma kağıtları aracılığıyla toplanmıştır. Nitel araştırmalarda kullanılan veri toplama araçları, araştırmanın doğasına uygun olarak esnek, anlam odaklı ve katılımcıların kendi ifadelerini yansıtabilecek yapıda olmalıdır (Yıldırım & Şimşek, 2016). Bu doğrultuda geliştirilen çalışma kağıdı, öğrencilerin prizmanın hacmi ve yüzey alanı kavramlarıyla ilgili daha önce herhangi bir bilgiye sahip olmadan karşılaştıkları ve kavramları RBC+C modeli doğrultusunda yapılandırabilecekleri şekilde adım adım hazırlanmıştır. Bu araştırmada çalışma kağıdında yer alan sorular, Milli Eğitim Bakanlığı'nın ilköğretim matematik öğretim programında tanımlanmış kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Sorular hazırlanırken alanında uzman 1 matematik eğitimi öğretim üyesi ve 2 deneyimli matematik öğretmeninden görüş alınmıştır. Uzmanlardan alınan dönütler doğrultusunda soruların ifade biçimleri ve zorluk düzeyleri revize edilerek uygulamaya hazır hale getirilmiştir. Yapılan bu çalışmalar neticesinde, çalışma kağıdında kullanılan soruların araştırma kapsamına uygunluğu sağlanmış ve kapsam geçerliliği güvence altına alınmıştır.

Çalışma kağıdı, öğrencilerin öncelikle prizmalara ilişkin görsellerle tanışmalarını sağlayan tanıma (recognizing) soruları; ardından benzerlik kurmalarına olanak tanıyan kullanma (building-with) soruları; yeni kavramsal genellemeler yapabilecekleri oluşturma (constructing) etkinlikleri ve en sonunda öğrendiklerini pekiştirebilecekleri pekiştirme (consolidating) adımlarını içeren yapılandırılmış bir etkinlik bütününden oluşmaktadır. Her bir adım, öğrencinin zihinsel yapılarını ortaya koyabileceği şekilde açık uçlu sorular, şekil çizimleri ve kısa yazılı açıklamalarla desteklenmiştir. Araştırmacı önce çalışma kağıdının taslağını oluşturmuş, ve uzman görüşü aldıktan sonra gerekli düzeltmeleri yaparak ölçme aracına son halini vermiştir.

Araştırmacı tarafından hazırlanan çalışma kağıdında 2018 Matematik Öğretim Programında yer alan kazanımlarla RBC+C soyutlama modelinde yer alan epistemik eylem basamakları arasındaki ilişki Tablo 3.1. de gösterilmiştir. Hazırlanan çalışma kağıdı Ek-1 kısmında sunulmuştur.

Tablo 3.1. Çalışma Kağıdı Kazanım Ve RBC+C Soyutlama Basamakları Arasındaki İlişki

Kazanımın Yer Aldığı Sınıf Seviyesi	Kazanım	RBC+C Modeline Göre Yer Aldığı Basamak	Çalışma Kağıdındaki Soru Numarası
5. Sınıf	M.5.2.5. GEOMETRİK CİSİMLER M.5.2.5.1. Dikdörtgenler prizmasını tanır ve temel elemanlarını belirler. Kare prizma ve küp, dikdörtgenler prizmasının özel durumları olarak ele alınır. M.5.2.5.2. Dikdörtgenler prizmasının yüzey açınımlarını çizer ve verilen farklı açınımların dikdörtgenler prizmasına ait olup olmadığına karar verir. a) Küp ve kare prizma, dikdörtgenler prizmasının özel durumları olarak ele alınır. b) Somut modellerle yapılacak çalışmalara yer verilir. c) Uygun bilgi ve iletişim teknolojileri ile yapılacak etkileşimli çalışmalara yer verilebilir. Üç boyutlu dinamik geometri yazılımlarından yararlanılabilir. M.5.2.5.3. Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer. Küp ve kare prizma, dikdörtgenler prizmasının özel durumları olarak ele alınır.	Tanıma - Kullanma	1.BÖLÜM Tanıma 1,2 Kullanma 3,4,5

Tablo 3.1. (Devam). Çalışma Kağıdı Kazanım Ve RBC+C Soyutlama Basamakları Arasındaki İlişki

Kazanımın Yer Aldığı Sınıf Seviyesi	Kazanım	RBC+C Modeline Göre Yer Aldığı Basamak	Çalışma Kağıdındaki Soru Numarası
6.Sınıf	M.6.3.4. GEOMETRİK CİSİMLER M.6.3.4.1. Dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birimküp sayısının o cismin hacmi olduğunu anlar, verilen cismin hacmini birimküpleri sayarak hesaplar. a) Öğrencilerin hacmi ölçmeye yönelik stratejiler geliştirmesine fırsat verilir. Örneğin birimküpler sayılırken oluşan tabakalarda kaçar tane birimküp olduğuna ve toplam kaç tabaka bulunduğuna dikkat çekilir. b) Hacmi anlamlandırmaya yönelik çalışmalara yer verilir. Hacmin, herhangi bir cismin boşlukta kapladığı yer olduğu vurgulanır. M.6.3.4.2. Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birimküplerle oluşturur, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçesiyle açıklar. a) Kare prizma ve küpün, dikdörtgenler prizmasının özel bir hâli olduğu dikkate alınır. b) Hacim bağıntısının oluşturulması modeller yardımıyla yapılır. c) Verilen bir hacim ölçüsüne sahip, prizma olmayan farklı yapılar oluşturmaya yönelik çalışmalara da yer verilir. M.6.3.4.3. Standart hacim ölçme birimlerini tanır ve cm^3, dm^3, m^3 birimleri arasında dönüşüm yapar. M.6.3.4.4. Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer. M.6.3.4.5. Dikdörtgenler prizmasının hacmini tahmin eder.	Kullanma-Oluşturma-Pekiştirme	2.BÖLÜM Kullanma 1 Oluşturma 2,6 Pekiştirme 3,4,5

Araştırma kapsamında yarı yapılandırılmış görüşme formlarıyla odaklı görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu form, belirli bir kuramsal çerçeve doğrultusunda önceden hazırlanmış sorulardan oluşmakla birlikte, görüşme sürecinde esneklik payı bırakacak biçimde tasarlanmıştır. Yarı yapılandırılmış formlar, nitel araştırmalarda derinlemesine veri toplamak amacıyla sıklıkla tercih edilen araçlardan biridir. Görüşmeci, bu teknikle temel sorulara bağlı kalmakla birlikte katılımcının verdiği yanıtlara göre yeni sorular da yöneltebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Yarı yapılandırılmış görüşme formu Ek-2 kısmında verilmiştir.

Yarı yapılandırılmış formlar, görüşmeler sırasında karşılıklı etkileşime olanak tanıması açısından esneklik sunar. Bu sayede, katılımcının kendi düşünme biçimini doğal akışı içinde ifade etmesi mümkün olur. Ayrıca, formda yer almayan ancak katılımcının konuşma sürecinde gündeme getirdiği özgün düşünceler de veri olarak kayda alınabilir. Bu yönüyle, yarı yapılandırılmış formlar veri zenginliği sağlar ve araştırmacıya bağlamı daha iyi anlama fırsatı sunar (Akdemir & Kılıç, 2021).

3.4. Verilerin Analizi

Bu araştırmada elde edilen verilerin çözümlemesinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analiz, nitel veri çözümlemesinde verilerin sistematik biçimde düzenlenip sunulduğu temel analiz türlerinden biridir. Betimsel analizde, elde edilen veriler araştırmanın amacına uygun olarak başlıklar altında toplanır; doğrudan alıntılarla desteklenerek sunulur. Ancak bu süreçte, verilerin yorumlanmasından çok, hangi içeriklerin öne çıktığı ve nasıl yapılandırıldığına odaklanılır. Böylece araştırmacı, veri kaynağının ifadesine müdahale etmeden, mevcut durumu resmetmeye çalışır (Ekiz, 2020). Bu analiz türü, özellikle belirli bir teorik modele dayalı çalışmalarda, verilerdeki kavramsal bütünlüğü sağlama ve bulgularla kuram arasında sistematik bir bağ kurma açısından etkili bir yöntem olarak görülmektedir (Akdemir & Kılıç, 2021; Baxter & Jack, 2008).

Çalışma kapsamında öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler ve yazılı dokümanlardan elde edilen veriler, RBC+C modeli soyutlama düzeyleri çerçevesinde ele alınmıştır. Öğrencilerin yazılı ve sözlü cevapları sistemli şekilde derlenmiş, analiz için hazır hâle getirilmiştir. Kodlama sürecinde, araştırmacı tarafından tanımlanan soyutlama düzeyleri esas alınarak analiz yapılmış; öğrencilerin prizmalar konusundaki bilişsel temsilleri, kavramsal geçişleri ve görsel ifadeleri dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. RBC+C modeli

çerçevesinde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerine yönelik temsil edici anahtar ifadeler oluşturulmuştur. Anahtar ifadeleri belirleme süreci, modelin kuramsal temellerine ve literatürdeki uygulamalarına dayalı olarak yapılandırılmıştır. Anahtar ifadelerden yararlanarak, öğrencilerin çalışma kağıdında yer alan her bir soruya verdiği cevaplar incelenmiş, hangi epistemik eylem basamağında yer aldığı belirlenmiştir. Kodlama işlemi, yalnızca araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Kodlamaların dayandığı veriler örnek alıntılarla desteklenerek şeffaflık sağlanmıştır.

Tablo 3.2. Epistemik Eylem Basamaklarının Belirlenmesinde Kullanılan Anahtar İfadeler.

Tanıma	Kullanma	Oluşturma	Pekiştirme
Fark etme	Uygulama	Yeniden yapılandırma	Tekrar
Ön bilgiye erişim	Birleştirme	Kavramsal sıçrama	Genelleme
Tanıdık yapılar	Bilgi transferi	Modelleme	Kalıcılık
Bağlantı kurma	Strateji geliştirme	Kurgu	Pekiştirme
Önceki deneyimler	İlişkilendirme	Yeni yapı inşası	Otomatikleşme
Aşinalık	Bilginin kullanımı	Soyutlama	Yeniden kullanma
Uyarıcıya tepki	Problem çözme	Kavram oluşturma	Transfer
Bağlamsal tanıma	Esneklik	Yenilik	Öğrenme izleri
Yapının yeniden çağrılması	Kavramlar arası köprü	Yorumlama	Kavramın yerleşmesi
Dikkatin yönelmesi	Entegre etme	Derinlemesine analiz	Uzun vadeli hafıza

3.5. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Bu araştırmada verilerin geçerliğini sağlamak amacıyla özellikle kapsam geçerliği üzerinde durulmuştur. Araştırmada yer alan sorular, Türkiye Cumhuriyeti Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yayımlanan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda(2018) yer alan kazanımlarla uyumlu olacak biçimde hazırlanmıştır. Soruların program kazanımlarını yansıtıp yansıtmadığına yönelik olarak Matematik Eğitimi alanında uzman bir öğretim üyesi ve 2 öğretmenin görüşüne başvurulmuş, uzmanlardan gelen öneriler doğrultusunda sorular yeniden düzenlenmiştir. Bu şekilde, ölçülmek istenen bilişsel süreçlerle veri toplama araçları arasında uygunluk sağlanmış ve kapsam geçerliği desteklenmiştir. Öğrencilerin problem çözme süreçlerinde gerçekleştirdikleri tanıma, kullanma, oluşturma

ve pekiştirme gibi epistemik eylemler, önceden literatür taranarak yapılandırılmış anahtar kelimeler çerçevesinde analiz edilmiştir.

Nitel araştırmalarda, araştırmanın verilerinin kayıt altına alınması araştırmanın güvenirliğini artırmaktadır.(Büyüköztürk vd., 2018). Bu araştırmada güvenirliği sağlamak amacıyla veri analiz süreci sistematik, şeffaf ve izlenebilir şekilde yürütülmüş, süreç boyunca her adım kayıt altına alınmıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmelerin ses kaydı alınmıştır.

3.6. Araştırmacının Rolü

Bu araştırmada araştırmacı, veri toplama sürecinin tüm aşamalarında doğrudan görev almıştır. Öğrencilere çalışma kağıtlarının uygulanması araştırmacı tarafından yürütülmüş, uygulamaların ardından katılımcılarla odaklı görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerde araştırmacı, katılımcıların düşünme biçimlerini ve çözüm yaklaşımlarını daha derinlemesine anlamaya yönelik sorular yöneltmiş; ancak yönlendirici olmaktan kaçınarak katılımcıların kendi ifadeleriyle düşüncelerini ortaya koymalarını sağlamıştır.

Verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Öğrenci yanıtları ve görüşme kayıtları, önceden belirlenen anahtar kavramlar doğrultusunda sınıflandırılmış; elde edilen veriler doğrudan alıntılarla desteklenerek sistematik şekilde yorumlanmıştır.

Araştırmacı, tüm süreç boyunca etik ilkelere bağlı kalmış; katılımcıların gönüllü olarak araştırmaya dâhil edilmelerini sağlamış, gizlilik ve kişisel veri güvenliği konularında gerekli özeni göstermiştir. Süreç boyunca nesnellik, açıklık ve bilimsel dürüstlük ilkeleri temel alınmıştır.

4. BULGULAR

Bu bölümde, uygulanan çalışma kağıdı ve gerçekleştirilen odaklı görüşmeler sonucunda elde edilen bulgular yer almaktadır. Bulgular her bölüm ve her soru için farklı başlık altında incelenmiştir. Her soru için özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrenciler ayrı başlıklar altında incelenmiştir. Çalışma kağıtlarından ve görüşmelerden elde edilen bulguların yanlarına gerçekleştirilen epistemik eylem ve anahtar kelime ilişkisi parantez içerisinde belirtilmiştir. Araştırmacı A ile, normal gelişim gösteren her bir öğrenci N1, N2, N3 ile, özel yetenekli öğrenciler Ö1, Ö2, Ö3 ile kodlanmıştır.

4.1. Birinci Bölüm Birinci Soruya Ait Bulgular

Bu soruda günlük hayattan örnekler verilmiştir. Verilen örneklerin ortak özellikleri ve hangi geometrik cisme benzediği sorulmuştur (Bkz. Ek 1, Bölüm 1, Soru 1). Bu soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından tanımaya yönelik oluşturulmuştur. Burada öğrenciden beklenen dikdörtgenler prizmasını *tanımasıdır*.

Tablo 4.1. Öğrencilerin Birinci Bölüm Birinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

Birinci Bölüm Soru 1		
Öğrenciler	Tanıma	Destekleyici İfade
Normal Gelişim		
N1	+	*"Bu soruda nesnelerin benzerliklerini sormuş. Bunların hepsi dikdörtgen prizma. Karşılıklı uzunlukları eşit. "*(Fark etme-Tanıma)
N2	+	*"Dikdörtgenler prizmasının 8 köşesi vardır, 6 yüzü vardır. 12 ayrıtı vardır.* (Ön bilgiye erişim-Tanıma)
N3	+	"*Hepsinin bir yüzü dikdörtgendir. Hepsi birer dikdörtgen prizmadır."*(Fark etme-Tanıma)
Özel Yetenekli		
Ö1	+	*"Bir dikdörtgenler prizması olduğuna karar verdim çünkü bütün yüzleri dikdörtgenden oluşur."* (Farketme-Tanıma)
Ö2	+	*"Hepsi dikdörtgenler prizması şeklindedir. Hepsinin 6 yüzeyi 12 ayrıtı 8 köşesi vardır. Hepsinin içine birşeyler koymak için kullanabiliriz." (*Ön bilgiye erişim,tanıdık yapılar-Tanıma)
Ö3	+	"*Hepsi dikdörtgenler prizmasına benziyor. Her tarafında dikdörtgenler var."(*Farketme-Tanıma)

4.1.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Bu kısımda normal gelişim gösteren öğrencilerin yanıtlarına ilişkin görüşme kesitleri yer almaktadır.

A: Birinci bölüm birinci soru hakkında ne düşünüyorsun?

N1: Bu soruda nesnelerin benzerliklerini sormuş. Bunların hepsi dikdörtgen prizma. Karşılıklı kenar uzunlukları eşit. (Fark etme-Tanıma)

A: Bu geometrik cisim neden dikdörtgen prizmadır?

N1: Çünkü karşılıklı kenar uzunlukları eşit, yüzleri dikdörtgen olduğu için.

A: Verilen nesnelerin ortak özellikleri nelerdir?

N2: Hepsinin bir kutusu var. Dikdörtgen prizma ve kare prizma olarak.

A: Prizmaları neye göre isimlendiririz?

N2: Yüzünde yer alan çokgene göre isim veririz. (Ön bilgiye erişim-Tanıma)

A: Şekilde verilen geometrik cismin adı nedir?

N2: Bu cisim sütunlardan oluşmuş ama tam adı nedir bilmiyorum.

A: Önce verilen şekle dikdörtgen prizma demiştin, bu verilen şekil öncekine benziyor mu?

N2: Evet buna da dikdörtgen prizma diyebiliriz.

A: Dikdörtgen prizmanın özelliklerini sayabilir misin?

N2: 8 köşesi vardır, 6 yüzü vardır. 12 ayrıtı vardır. (Ön bilgiye erişim-Tanıma)

A: Birinci bölüm birinci soruda verilen nesnelerin ortak özellikleri nelerdir?

N3: Hepsinin bir yüzü dikdörtgendir. Hepsi birer dikdörtgen prizmadır.(Fark etme-Tanıma)

Normal gelişim gösteren öğrencilerin hepsinin beklenen tanıma epistemik eylemini gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca N2, prizmanın köşe, yüz ve ayrıt sayılarını detaylandırarak kavramsal bilgisini ortaya koymuştur. N3, nesnelerin hepsinin bir yüzünün dikdörtgen olduğunu ve tamamının dikdörtgen prizma olduğunu ifade ederek tanıma sürecini desteklemiştir.

4.1.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular

Özel yetenekli öğrencilerin yanıtlarından alınan kesitler aşağıda verilmiştir.

A: Soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö1: Bir dikdörtgenler prizması olduğuna karar verdim çünkü bütün yüzleri dikdörtgenden oluşur.(Farketme-Tanıma)

A: Bütün yüzleri dikdörtgen olan tüm şekiller dikdörgen prizması mıdır?

Ö1: Evet. Çünkü tüm prizmaların yan yüzleri dikdörtgendir ama alt ve üst yüzlerinde yer alan çokgenlere göre isim veririz. Dikdörtgenler prizmasının alt ve üstü yüzü yan yüzleri hepsi dikdörtgendir.

A: Birinci bölüm birinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

*Ö2: Verilen nesnelerin ortak özelliklerinin neler olduğunu soruyor. Hepsi dikdörtgenler prizması şeklindedir. Hepsinin 6 yüzeyi 12 ayrıtı 8 köşesi vardır. Hepsinin içine birşeyler koymak için kullanabiliriz.(*Ön bilgiye erişim,tanıdık yapılar-Tanıma)

A: Dikdörtgen prizma olması için her yüzün dikdörtgen şeklinde olması yeterli mi?

Ö2: 6 yüzden oluşması ve karşılıklı yüzlerinin paralel olması gerekir.(yapının yeniden çağrılması-Tanıma).

A: Birinci bölüm birinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö3: Hepsi günlük hayattan örnekler.

A: Başka hangi ortak özellikler görüyorsun?

*Ö3: Hepsi dikdörtgenler prizmasına benziyor. Her tarafında dikdörtgenler var.(*Farketme-Tanıma)

A: Her tarafından dikdörtgen olan tüm şekiller dikdörtgen prizması mıdır?

Ö3: Evet.

A: Dikdörtgenler prizmasının özelliklerini sayar mısın?

*Ö3: Küp gibi 6 yüzü var, 8 köşesi var,12 ayrıtı var(*Ön bilgiye erişim-Tanıma).

Özel yetenekli öğrencilerin tamamı beklenen tanıma epistemik eylemini gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir.Ö2 prizmanın özelliklerini detaylandırarak ekstra bilgiler vermiştir. Özel

yetenekli öğrencilerin normal gelişim gösteren öğrencilere göre daha fazla bilgi paylaşımında bulundukları görülmüştür.

4.2. Birinci Bölüm İkinci Soruya Ait Bulgular

Bu soruda verilen geometrik cismin adı, yüksekliği, ayrıtları ve yüzlerinin hangi çokgenden oluştuğu sorulmuştur (Bkz. Ek 1, Bölüm 1, Soru 2). Bu soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından tanımaya ve kullanmaya yönelik oluşturulmuştur. Dolayısıyla öğrenciden, daha önce edindiği bilgileri yalnızca hatırlamakla(tanıma) kalmayıp aynı zamanda bu bilgileri verilen yeni bir duruma uygulayarak (kullanma) çözüm üretmeleri beklenmektedir. Bu durum, bilgiyi transfer etme ve yeni bir bağlamda kullanma becerisini gerektirmektedir. Burada öğrenciden beklenen dikdörtgenler prizmasını *tanıması ve kullanmasıdır.*

Tablo 4.2. Öğrencilerin Birinci Bölüm İkinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

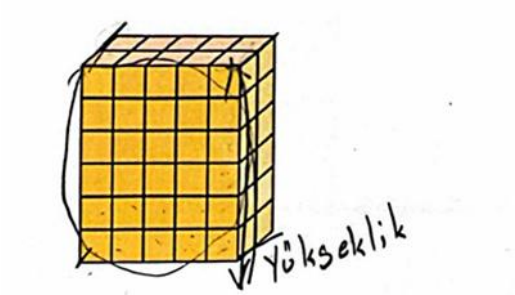
Birinci Bölüm Soru 2				
Öğrenciler	Tanıma	Destekleyici İfade	Kullanma	Destekleyici İfade
Normal Gelişim				
N1	+	"*Yükseklik yere olan uzaklığıdır."(*Farketme)	+	"Yüksekliği 6 birimdir" (Uygulama)
N2	+	*"Bütün yüzleri dikdörtgenden oluşmuştur"(Farketme)*	+	*"Bu soruda ayrıtları 6 birim 5 birim ve 2 birimdir"* (Bilginin kullanımı)
N3	+	"*Bu cismin adı dikdörtgen prizmadır."(*Bağlantı kurma,farketme)	+	*"Ayrıtları 2 birim 5 birim ve 6 birimdir."*(Bilginin kullanımı)
Özel Yetenekli				
Ö1	+	*"Yan yüzlerinin, zemin ve üst kenarın arasındaki mesafe yüksekliktir"* (Farketme)	+	*"Saydım yüksekliği 6 birim çıktı."(*Uygulama)
Ö2	+	*"Ayrıtlar yüzleri biribirine bağlayan yerlerdir* Önbilgiye erişim)	+	*"Bu şekilde ayrıtlar 2,5 ve 6 birimdir"* (Bilginin kullanımı)
Ö3	+	"*Her yüzü diğer yüze bağlayan kenarlar ayrıtdır."(*Önbilgiye erişim)	+	"*Ayrıtları 5 birim,2 birim ve 6 birimdir"* (Bilginin kullanımı)

4.2.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Aşağıda normal gelişim gösteren öğrencilerin ilgili soruya verdikleri yanıtlar yer almaktadır.

A: Verilen geometrik cismin yüksekliği kaç birimdir?

N1: 6 birimdir. Şekil üzerinde işaretledim(Farketme,Uygulama-Tanıma, Kullanma).



Şekil 4.1. N1'in Yüksekliği Gösterdiği Cevap

A: Yüksekliği nasıl buldun?

N1: En alttan en üste kadar olan kısmı saydım. Çünkü yükseklik yere olan uzaklığıdır.

A: Ayrıt nedir?

N2. Ayrıt kenarlarıdır. Burda ayrıtları 6 birim 5 birim ve 2 birimdir.

A: Ayrıtlarının uzunlukları kaç birimdir?

N3: 2 birim 5 birim ve 6 birimdir. (Farketme,Uygulama-Tanıma, Kullanma)

A: Nasıl buldun?

N3: Saydım.

A: Neyi saydın?

N3: Yüzlerin kesiştiği yerleri saydım.

A: Bu geometrik cismin yüzleri hangi çokgenden oluşmaktadır?

N2: Bütün yüzleri dikdörtgenden oluşmuştur(Farketme-Tanıma).

A: İkinci soruda verilen yapı hangi geometrik cisme benziyor.

N3: Kare prizmadır.

A: Kare prizma ile dikdörtgen prizma arasında ne fark var ?

N3: Kare prizmanın tüm yüzleri birbirine eşittir.Küp gibi.

A: Verilen şekilde tüm yüzler eşit mi?

N3:Değil.

A: O zaman bu geometrik cismin adı nedir?

*N3:Bu cismin adı dikdörtgen prizmadır. (*Bağlantı kurma-Tanıma)

Normal gelişim gösteren öğrencilere ait bulgular incelendiğinde, öğrencilerin tamamının verilen geometrik cismin temel özelliklerini doğru şekilde tanıdıkları ve kullandıkları görülmüştür.

4.2.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular

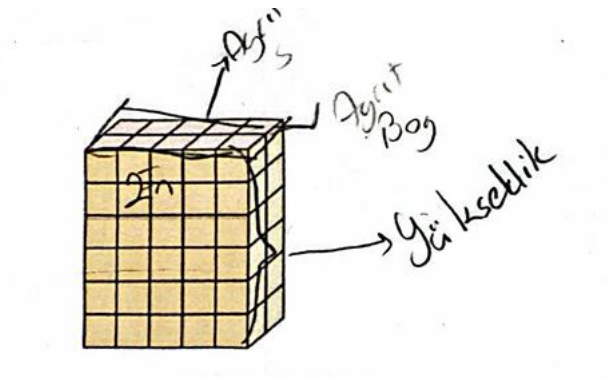
Aşağıda özel yetenekli öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplardan bazı kesitler yer almaktadır.

A: Yüksekliği nasıl buldun?

Ö1: Yan yüzlerinin zemin ve üst kenarın arasındaki mesafe yükseklikdir. Saydım yüksekliği 6 birim çıktı.

A: Verilen şekilde yüksekliği nasıl buldun?

Ö2: Yerden yukarıya doğru olan kısma yükseklik denir. Bu şekilde yükseklik 6 birimdir. (Farketme,Uygulama-Tanıma, Kullanma)



Şekil 4.2. Ö2'nin Yüksekliği Gösterdiği Cevap

A: Şekilde yüksekliği nasıl gösterdin?

Ö3: Yükseklik burası çünkü dik uzaklık olmalı.

A: Kaç birim çıktı?

Ö3: Yükselik 6 birim çıktı.

A: Ayrıt nedir?

Ö1: Her yüzü diğer yüze bağlayan kenarlar ayrıtdır.

A: Kaç tane ayrıt var?

*Ö1: Aslında 12 tane ayrıt var ama bazıları eşit uzunlukta. Ben farklı olanları bulup yazdım. Bunlar 5birim, 6 birim ve 2 birim uzunluğundadır.(*Bilginin kullanımı,Kullanma)

A: Ayrıt nedir? Uzunluklarını bulabilir misin?

Ö2: Evet. Ayrıtlar yüzleri biribirine bağlayan yerlerdir. Bu şekilde 2,5 ve 6 birimdir.(Farketme,bilginin kullanımı-Tanıma, Kullanma).

A: Geometrik cismin yüzleri hangi çokgenden oluşmaktadır?

*Ö1: Dikdörtgenlerden oluşmaktadır.(*Farketme-Tanıma).

Özel yetenekli öğrencilere ait bulgular incelendiğinde, öğrencilerin geometrik cisimlerle ilgili kavramsal bilgileri daha derinlemesine tanımladıkları ve gerekçelendirdikleri gözlemlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin tamamı ikinci soruda beklenen tanıma ve kullanma epistemik eylemlerini gerçekleştirmiştir.

4.3. Birinci Bölüm Üçüncü Soruya Ait Bulgular

Bu soruda açınımı verilen geometrik cisimler sorulmuştur (Bkz. Ek 1, Bölüm 1, Soru 3). Öğrencinin, açınımı gördüğünde önceden öğrendiği geometrik şekil bilgilerini tanıma basamağı kapsamında hatırlaması ve doğru şekilde illişkilendirmesi gerekmektedir. Ayrıca bazı öncüllerde açınım üzerinde cismin tüm yüzleri verilmemiş, açınımı olmayan veya eksik bırakılan kısımlar da yer almıştır. Bu durumda öğrencinin eksik kısımları zihinsel olarak tamamlama ve şekli bütün halinde canlandırma becerisi devreye girmektedir. Bu süreç, bilgiyi yeni bir durumda uygulamayı içerdiği için kullanma basamağıyla da ilişkilidir.

Bu soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından *tanıma ve kullanmaya* yönelik oluşturulmuştur.

Tablo 4.3. Öğrencilerin Birinci Bölüm Üçüncü Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

Birinci Bölüm Soru 3			
Öğrenciler	Tanıma	Kullanma	Destekleyici İfade
Normal Gelişim			
N1	+	+	*"prizmanın 6 yüzü vardır ama burda 5 yüzü var. "(*Bilginin kullanımı-Kullanma).
N2	+	+	*"Karşılıklı yüzleri eş olduğu için kapandığında dikdörtgenler prizması olur. Ama bu şekil kapanmaz. Karşılıklı yüzleri eş değil. "(*İlişkilendirme,Birleştirme*)*
N3	+	-	
Özel Yetenekli			
Ö1	+	+	*"Çünkü kapattığımızda bunun karşılıklı yüzü dışarda kalıyor, eşit değil."(*İlişkilendirme,Birleştirme*)*
Ö2	+	+	*"Yüzeylerin şekillerine baktım, hangi çokgenden oluştuğuna dikkat ettim. İki tanesi kapandığında şekil tamamlanmıyor. O yüzden onlar herhangi bir geometrik cismin açınımı değildir. "*(İlişkilendirme,Birleştirme)
Ö3	+	+	*"5 yüzü var bu yüzden şekil kapanmaz."(*İlişkilendirme-Kullanma)

4.3.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Bu soruya ilişkin normal gelişim gösteren öğrencilerin yanıt örnekleri aşağıda verilmiştir.

A: Üçüncü soruda verdiğin yanıtları açıklar mısın?

N1: İlk şekil dikdörtgen prizmadır, kenarları var, yan yüzleri 4 tanedir. c öncülünde verilen şekil kare prizmadır.

A: b öncülü neden kapanmaz?

N1:Çünkü prizmanın 6 yüzü vardır ama burda 5 yüzü var. (Bilginin kullanımı-Kullanma).

A: Sorunun d öncülüne verdiğin cevabı açıklar mısın?

N2: Karşılıklı yüzleri eş olduğu için kapandığında dikdörtgenler prizması olur. Ama bu şekil kapanmaz. Karşılıklı yüzleri eş değil. (Bilginin kullanımı-Kullanma)

A: Sorunun b öncülüne verdiğin cevabı açıklar mısın?

N2: Bu şekil kapanmaz. Zaten beş yüzü var, böyle prizma olmaz.(İlişkilendirme-Tanıma,Kullanma)

A: Sorunun b öncülüne verdiğin cevabı açıklar mısın?

N3: Bu şekil kare prizma olur.

A:Neden kare prizma olur?

N3: …(Öğrenci sessiz kalıp yanıt vermemiştir).

A: Bu şekil kapanır mı?

N3: Evet.

A: Kapandığında herhangi biryerinde boşluk kalır mı?

N3:Hayır kalmaz.

Normal gelişim gösteren öğrencilerin hepsi a ve c öncülünde verilen dikdörtgenler prizması ve kare prizma açınımını doğru cevaplamışlardır. Ancak öncüllerde verilen, herhangi bir prizma açınımı olmayan şekilleri N1 ve N2 doğru yanıtlamıştır. N3 bu sorunun kullanma eylemini gerçekleştirememiştir.

4.3.2.Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular

Bu soruya ilişkin özel yetenekli öğrencilerin yanıt örnekleri aşağıda verilmiştir.

A: Üçüncü soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö1: Yüzeylerinin hepsi dikdörtgenden oluştuğu için dikdörtgen prizma deriz. (Farketme-Tanıma)

A: Burda neden kare prizma olduğuna karar verdin?

Ö1: Kare prizmanın dört tane yüzeyi dikdörtgen iki yüzeyi kareden oluştuğu için. (Ön bilgiye erişim-Tanıma)

A: Soruda b öncülüne prizma değildir cevabını vermişsin, neden?

Ö1: Çünkü kapattığımızdan bunun karşılıklı yüzü dışarda kalıyor, eşit değil.(İlişkilendirme,Birleştirme-Kullanma)

A: Üçüncü soruya verdiğin cevapları açıklar mısın?

Ö2: Yüzeylerin şekillerine baktım, hangi çokgenden oluştuğuna dikkat ettim. A ve c öncülünde verilen şekiller kapandığında prizma tamamlanmıyor. O yüzden onlar herhangi bir geometrik cismin açınımı değildir. (*İlişkilendirme,Birleştirme-Kullanma)*

A: Peki a öncülünde şeklin kare prizma olduğuna nasıl karar verdin?

*Ö2: Hem karşılıklı iki kenarı kare şeklinde hemde diğer dikdörtgenler birbirine eşit olduğu için.(*Ön bilgiye erişim-Tanıma).

A: Üçüncü soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö3:Soruda verilen c öncülünde tüm şekil dikdörtgenden oluştuğu için, 6 tane yüzü olduğu için dikdörtgenler prizmasıdır.

A: Tek şartımız yüzlerin dikdörtgen olması mı?

Ö3: Karşılıklı yüzlerin eş olmasına da dikkat ettim.

A: Soruda d öncülünde geometrik cisim olmadığını ifade etmişsin neden?

*Ö3: 5 yüzü var bu yüzden şekil kapanmaz.(*İlişkilendirme-Kullanma)

A: Soruda yeralan b öncülüne verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö3: Bu öncülde geometrik şekil olmaz çünkü karşılıklı yüzleri eşit değil, kapanmaz. (İlişkilendirme-Kullanma)

Ö3, üçüncü soruya verdiği cevaplarda prizmanın tüm yüzlerinin dikdörtgenden oluştuğunu ve toplamda altı yüzü olması gerektiğini ifade ederek tanıma ve kullanma eylemlerini başarıyla gerçekleştirmiştir. Son öncülde, karşılıklı yüzlerin eş olmadığını ve bu nedenle geometrik cismin kapanmayacağını ifade etmesi, öğrencinin kavramsal bilgileri doğru şekilde uyguladığını ve geometrik yapıların temel özelliklerini anlamlandırabildiğini ortaya koymaktadır.Bu soruda özel yetenekli öğrencilerin tamamı verilen tüm öncüllere doğru yanıt vermiştir. Özel yetenekli öğrencilerin tamamı üçüncü soruda beklenen tanıma ve kullanma epistemik eylemini gerçekleştirmiştir.

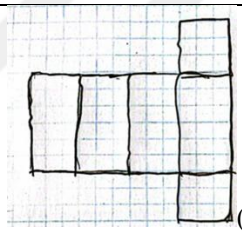
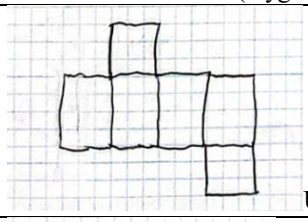
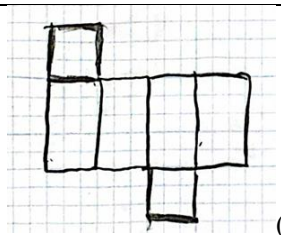
4.4. Birinci Bölüm Dördüncü Soruya Ait Bulgular

Bu soruda öğrencilerden, kareli zemin üzerinde kare prizmanın açınımını inşa etmeleri istenmiştir. (Bkz. Ek 1, Bölüm 1, Soru 4). Bu süreçte öğrencilerin, daha önce öğrendikleri geometrik cisim bilgilerini yeni bir bağlama transfer ederek (bilgi transferi), kare

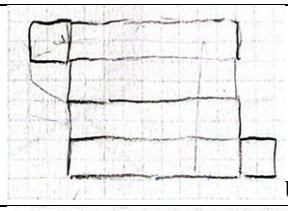
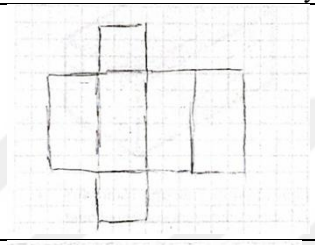
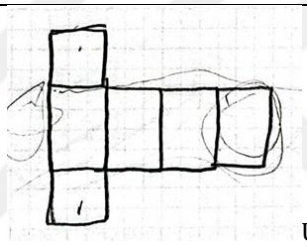
prizmanın yüzlerini zihinsel olarak canlandırmaları ve zeminde bir bütün olarak birleştirme becerilerini kullanmaları gerekmektedir. Ayrıca açınım oluştururken yüzlerin konumlarını ve bağlanma sıralarını doğru şekilde yerleştirmeleri, ilişkilendirme ve problem çözme becerilerini de gerektirmiştir. Dolayısıyla, öğrenciler mevcut bilgilerini farklı bir duruma aktarıp yapılandırarak (bilgi transferi) ve parçaları anlamlı bir bütün haline getirerek (birleştirme), RBC+C epistemik eylem basamaklarından kullanma basamağını gerçekleştirmeleri beklenmektedir. Bu soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından *kullanmaya* yönelik oluşturulmuştur.

Aşağıda tablo ile öğrencilerin birinci bölüm dördüncü soruya verdikleri cevaplarda gerçekleştirdikleri epistemik eylemler verilmiştir.

Tablo 4.4. Öğrencilerin Birinci Bölüm Dördüncü Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

Birinci Bölüm Soru 4		
Öğrenciler	Kullanma	Destekleyici İfade
Normal Gelişim		
N1	+	 (Uygulama,Bilginin Kullanımı)
N2	+	 Uygulama,bilginin Kullanımı)
N3	+	 (Uygulama,bilginin kullanımı)

Tablo 4.4. (Devamı). Öğrencilerin Birinci Bölüm Dördüncü Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

Birinci Bölüm Soru 4		
Öğrenciler	Kullanma	Destekleyici İfade
Özel Yetenekli		
Ö1	+	 Uygulama,Bilginin Kullanımı)
Ö2	+	 Uygulama,Bilginin Kullanımı)
Ö3	+	 Uygulama,Bilginin Kullanımı)

4.4.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Normal gelişim gösteren öğrencilerin yanıt örneklerinden bazıları aşağıda sunulmaktadır.

A: Dördüncü soruda çizim yaparken nelere dikkat ettin?

N1: Yan yüzlerin eşit olmasına dikkat ettim.

A: Neden çizimine uzunlukları ekledin?

N1: Aşağıdaki soru kare prizmaydı. Ona baktım. Ben açınımını kafamda hayal ettim. Ordaki uzunlukları aynen yazdım.(Bilgi Transferi-Kullanma).

A: İçine yazdığın sayıların anlamı nedir?

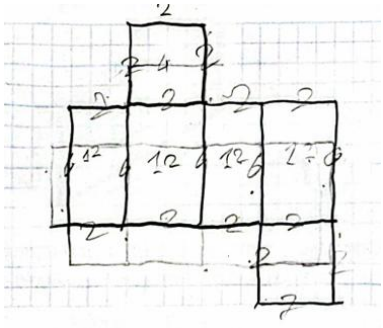
N1: Alanları hesapladım.

A: Soruda senden ne yapman istenmiş?

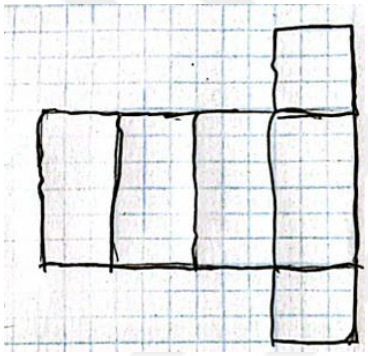
N1: Kare prizma açınımı yapmamı istemiş. Ben fazla bilgi yazmış oldum.

A: Alttaki soruya bakmadan alternatif bir kare açınımı çizebilir misin?

N1: Evet çizebilirim.



Şekil 4.3. N1 'in Kare Prizma Açınımı



Şekil 4.4. N1'in Alternatif Kare Prizma Açınımı

A: Dördüncü soruda kare prizma açınımını çizerken nelere dikkat ettin?

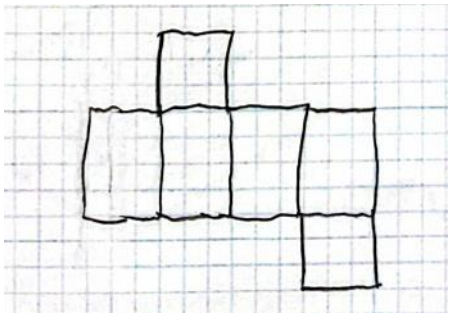
N2: İki tane kare ve dört tane eş dikdörtgen çizmeye dikkat ettim.

A: Dördüncü soruyu farklı şekilde çizebilir miydin?

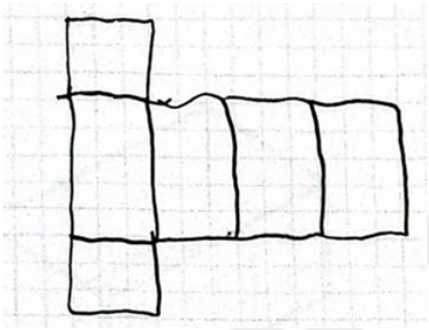
N3: Evet. Karelerin yerini değiştirsemde kapandığında kare prizma olur.(Esneklik-Kullanma)

A: Karelerin yerini değiştirmekle neyi kastediyorsun?

N2: Dikdörtgenlere bağlı kareler çizmiştim , bağlandıkları yeri değiştirebilirim. Çizimini yapabilirim.



Şekil 4.5. N2 ‘nin Kare Prizma Açınımı

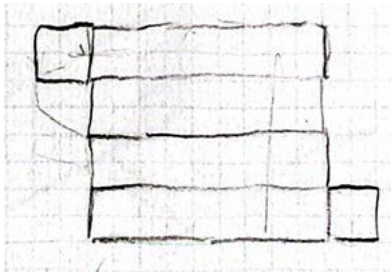


Şekil 4.6. N2’nin Alternatif Kare Prizma Açınımı

Normal gelişim gösteren öğrencilerin tamamı kare prizma açınımını doğru şekilde çizebilmişlerdir. Öğrenciler bu soruda beklenen kullanma epistemik eylemini gerçekleştirmişlerdir.

4.4.2. Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular

Özel yetenekli öğrencilerin görüşlerinden alınan örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.7. Ö2 ‘nin Kare Prizma Açınımı

A: Dördüncü soruda çizimi yaparken dikkat ettiğin herhangi birşey var mı?

Ö1: Yan yüzlerin dikdörtgen olmasına, diğer yüzlerin kare olmasına dikkat ettim.

A: Peki, yan yüzlerin dikdörtgen olmasının senin için ne ifade ettiğini biraz daha açıklar mısın?

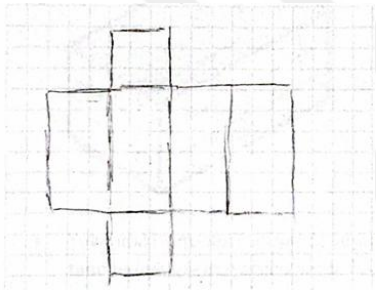
Ö1: Çünkü kare prizmanın yan yüzleri dikdörtgendir. Eğer yan yüzleri kare yaparsam, küp olur. Bu yüzden yan yüzlerin dikdörtgen olmasına dikkat ettim.

A: Çok güzel bir tespit. Üst ve alt yüze çizdiğin şeklin kare olmasının önemi var mı?

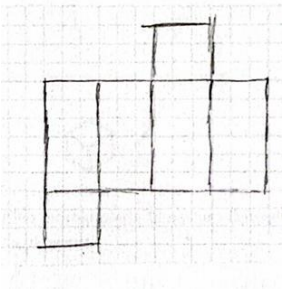
Ö1: Onlar kare olmalı çünkü kare prizmanın tabanları kare şeklindedir. Eğer tabanlar kare olmazsa, kare prizma olmaz.

A: Çizimini yaparken ölçülere veya oranlara dikkat ettin mi?

Ö1: Evet, karelerin kenar uzunluklarının eşit olmasına dikkat ettim. Yan yüzlerin bir kenarının karenin kenarıyla eşit olmasına dikkat ettim.



Şekil 4.8. Ö2 'nin Kare Prizma Açınımı



Şekil 4.9. Ö2 'nin Alternatif Kare Prizma Açınımı

A: Dördüncü soruya cevap verirken nelere dikkat ettin?

Ö2: Karşılıklı iki yüzün kare olmasına dikkat ettim.

A: Bu soruya alternatif başka bir çizim yapabilir misin?

*Ö2: Evet. Mesela bu karelerin yerini değiştirebilirdim veya döndürebilirdim. (*Esneklik-Kullanma)

A: Peki, karelerin yerini değiştirmek veya döndürmek sana göre şeklin özelliklerini değiştirir mi?

Ö2: Hayır, aslında prizmanın genel özellikleri değişmez. Çünkü yine iki kare tabanı ve dört dikdörtgen yan yüzü olur. Sadece görünüşü farklı olur.

A: Kare prizmanın açınımını çizerken nelere dikkat ettin?

Ö3: Öncelikle iki tane kare tabanı doğru şekilde yerleştirmeye dikkat ettim. Çünkü kare prizmanın üst ve alt yüzleri kare olmalı.

A: Yan yüzleri nasıl çizdin?

Ö: Yan yüzleri dikdörtgen olarak çizdim. Onları kare tabanlara bağlanacak şekilde, kenar uzunlukları eşit olmasına dikkat ettim.

Özel yetenekli öğrencilerin tamamı kare prizma açınımını doğru şekilde çizebilmişlerdir. Öğrenciler bu soruda beklenen kullanma epistemik eylemini gerçekleştirmişlerdir. Bu soruda özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin büyük çoğunluğu benzer cevaplar vermiştir. Özel yetenekli öğrencilerin kareli zemini kullanarak çizime daha fazla özen gösterdiği, normal gelişim gösteren öğrencilerin çizimlerinde aynı özeni göstermediği görülmüştür.

4.5. Birinci Bölüm Beşinci Soruya Ait Bulgular

Verilen soruda öğrencilerden ayrıt uzunlukları belirtilen kutunun yüzey alanını kaplamak için gereken kağıt miktarı sorulmuştur (Bkz. Ek 1, Bölüm 1, Soru 5). Bu soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından *kullanmaya* yönelik oluşturulmuştur.

Tablo 4.5. Öğrencilerin Birinci Bölüm Beşinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

Birinci Bölüm Soru 5		
Öğrenciler	Kullanma	Destekleyici İfade
Normal Gelişim		
N1	+	*"Bu seferde şeklin dikdörtgen yüzeyini hesapladım. Prizmanın dikdörtgen yüzeyinden 4 tane var o yüzden de bulduğum sonucu,yani 12 yi 4 le çarptım"* (strateji geliştirme,problem çözme)
N2	+	*"Yüzey alanını hesaplamak için açınımını yaptım önce. Böylece daha kolay bir şekilde yüzey alanını hesaplayabildim."(* Esneklik)
N3	-	

Tablo 4.5. (Devam). Öğrencilerin Birinci Bölüm Beşinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

Birinci Bölüm Soru 5		
Öğrenciler	Kullanma	Destekleyici İfade
Özel Yetenekli		
Ö1	+	*"Yani alanını bulmam gerekiyor. Bunun için 6 ile 2 yi çarptım. 4 tane var 48 olur. 2 ile 2 yi çarptım 4 olur. Hepsini topladım."(Strateji geliştirme,problem çzöme)*
Ö2	+	" *Önce yüzeyin birinin alanını hesapladım. Her yüzden karşılıklı iki tane olduğu için hepsini ikiyle çarpıp en son topladım."(strateji geliştirme,problem çözme)*
Ö3	+	*"Çünkü aynı dikdörtgen yüzden dört tane var. Bu yüzden 4 ile çarptım." (bilginin kullanımı)*

4.5.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Normal gelişim gösteren öğrencilerin bu soruya verdikleri yanıt örnekleri aşağıda yer almaktadır.

A: Beşinci soruyu nasıl hesapladın, işlemlerini açıklar mısın?

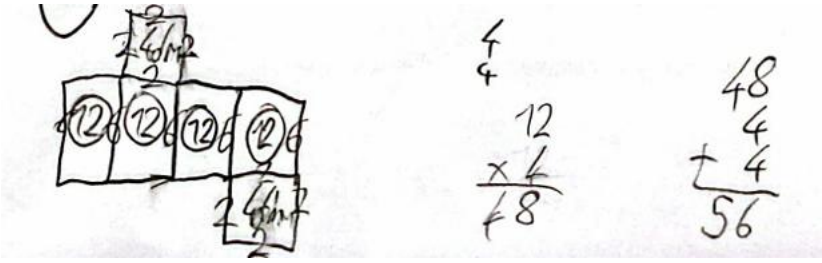
N1: 2 ile 2 yi çarpıyorum 4 buluyorum. Karşıdada aynı yüz olduğu için 4 ü 2 ile çarpıyorum. 8 buluyorum 6 ile 2 yi çarpıyorum 12 buluyorum. Bu yüzden dört tane olduğu için 12 yi 4 le çarpıyorum 48 buluyorum ve en son bulduğum alanları topluyorum. 48 ve 8 in toplamı 56 yapar. (Uygulama,Problem çözme-Kullanma).

A: Neden 2 ile 2 yi çarptın?

N1: Ordaki karenin alanını buldum.

A:Neden 6 ile 2 yi çarptın?

N1: Bu seferde şeklin dikdörtgen yüzeyini hesapladım. Prizmanın dikdörtgen yüzeyinden 4 tane var o yüzden de bulduğum sonucu,yani 12 yi 4 le çarptım.



Şekil 4.10. N2'nin Beşinci Soruya Verdiği Cevap

A: Beşinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

N2: Yüzey alanını hesaplamak için açınımını yaptım önce. Böylece daha kolay bir şekilde yüzey alanını hesaplayabildim.

A: Açınımını yapman sana ne gibi kolaylık sağladı?

N2: Açınımını yaparak kenar uzunluklarını daha kolay görebildim. Kaç tane dikdörtgen kaç tane kare var daha kolay görünüyor.(Starteji geliştirme)

A: Açınımı yaptıktan sonra ne hangi işlemleri yaptın?

N2: Karenin alanını zihinden hesapladım. 2ile 2 yi çarpıp 4 buldum. Sonra dikdörtgenlerin alanını bulup içine yazdım.(Bilginin kullanımı)

A: Dikdörtgenin alanını nasıl buldun?

N2: Kenar uzunlukları 6 ve 2 olarak bulmuştum. O sayıları çarptım 12 buldum. Böylece dikdörtgenin birinin alanını buldum. Sonra bunuda 4 le çarptım. En son hepsini topladım.

A: Neden 4 le çarptın?

N2: Çünkü orda 4 tane dikdörtgen var.

A: En son neden hepsini topladın?

N2: Çünkü yüzey alanı dediği için, açınımda olan bütün şekillerin alanlarını tek tek hesaplayıp en son topladım.

A: Beşinci soruyu nasıl cevapladın açıklar mısın?

N3: Önce cismin açık halini çizdim. sonra kenarlarına uzunluklarını yazdım. sonra çarptım.

A: Çarparak neyi hesaplamış oldun.

N3: Ayrıtları hesaplamış oldum.

A: 14 ile 2 'yi neden çarptın?

N3: 14 tane 2 var çünkü.

A:Bu durumda 2 leri toplamış mı oluyorsun?

N3: Evet.

A: Bu soru senden neyi hesaplamanı istemiş?

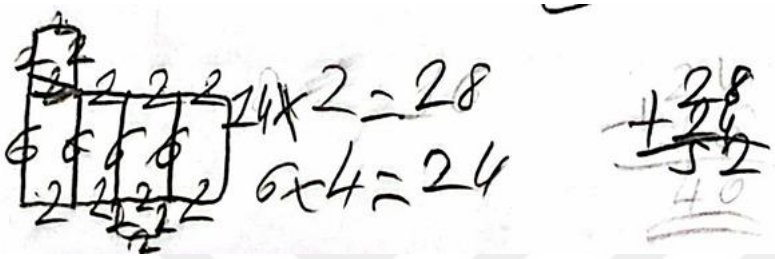
N3: Yüzey alanını

A:Peki ayrıtlarını hesaplamak yüzey alanını hesaplamakla aynı şey midir?

N3: Değil sanırım

A: Yüzey alanın hesaplamak için hangi bilgiye ihtiyacın var?

N3: Bilmiyorum.



Şekil 4.11. N3 'ün Beşinci Soruya Verdiği Cevap

Normal gelişim gösteren öğrencilerden N1 ve N2 soruya doğru yanıt vermişlerdir. Ancak N3, prizmanın açınımını çizdikten sonra yüzey alanı hesaplamak yerine ayrıt uzunluklarını toplamıştır. N3, prizmanın açınımını yaparak bir strateji oluşturmuş ancak bilgi karmaşası yaşayarak yüzey alanını hesaplayamamıştır. N1 ve N2 *kullanma* epistemik eylemini gerçekleştirebilirken, N3 bu eylemi gerçekleştirememiştir.

4.5.2. Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular

Aşağıda özel yetenekli öğrencilerin soruya verdikleri cevaplardan alınan kesitler sunulmaktadır.

A: Beşinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö1: Yüzeyi kaplamak için gereken kağıt miktarını bulmam gerekiyor.

A: Bu ne anlama geliyor?

*Ö1: Yani alanını bulmam gerekiyor. Bunun için 6 ile 2 yi çarptım. 4 tane var 48 olur. 2 ile 2 yi çarptım 4 olur. Hepsini topladım.(*Strateji geliştirme,uygulama)

A: 6 ile 2 yi çarparak neyi hesaplamış oldun?

Ö1: Prizmanın yan yüzünün alanını hesapladım.

A:Prizmanın yan yüzünün alanı hangi şekilden oluşuyor?

Ö1: Dikdörtgenden oluşur.

A: Neden bulduğun sayıların hepsini topladın?

Ö1: Çünkü yüzeyini kaplayan bütün şekilleri toplamam gerekir. Dikdörtgenlerin ve karelerin alanlarını topladım.

A: Beşinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö2: Önce yüzeyin birinin alanını hesapladım. Her yüzden karşılıklı iki tane olduğu için hepsini ikiyle çarpıp en son topladım.(strateji geliştirme) 2 ve 6 yı çarptım 12 desimetrekare buldum. Aslında bu yüzden 4 tane var ama ben farklı yöntem kullandım(Esneklik), karşılıklı yüzler eşit olduğu için 12 nin 2 katını aldım 24. Aynı işlemi tekrar yaptım yine 24. En son kare olan kısmı hesapladım. 2 ile 2 yi çarptım 4 ve bundan da karşılıklı iki tane olduğu için 8 buldum. En son hepsini topladım. 24+24+8 toplamını 56 buldum.(Uygulama,Problem çözme,-Kullanma).

A: Beşinci soruyu nasıl cevapladın?

Ö3: 2 ile 2 çaptım 4 buldum. Kare yüzeyin alanını hesapladım sonra tekrar 2 ile çarptım.

A: Bulduğun cevabı neden tekrar 2 ile çarptın?

Ö3: Karşısında aynı yüzden bi tane daha olduğu için 2 ile çarptım, 8 desimetrekare oldu. Sonra 6 ile 2 yi çarptım 12 desimetrekare buldum. Bunu da 4 ile çarptım 48 buldum . Sonra 48 ile 8 i topladım 56 buldum. (Uygulama,Problem çözme-Kullanma).

A: 12 yi neden 4 ile çarptın?

Ö3: Çünkü aynı dikdörtgen yüzden dört tane var. Bu yüzden 4 ile çarptım.(bilginin kullanımı)

Özel yetenekli öğrencilerin tamamı *kullanma* epistemik eylemini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler bilgiyi oluştururken kendi stratejilerini kullanmışlardır.

4.6. İkinci Bölüm Birinci Soruya Ait Bulgular

Bu soruda öğrencilerden, verilen yapıların kaç birimküpten oluştuğunu bulmaları istenmiştir (Bkz. Ek 1, Bölüm 2, Soru 1). Bu soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından *kullanmaya* yönelik oluşturulmuştur.

Tablo 4.6. Öğrencilerin İkinci Bölüm Birinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

İkinci Bölüm Soru 1		
Öğrenciler	Kullanma	Destekleyici İfade
Normal Gelişim		
N1	-	
N2	+	*"Tek tek saydım, görünmeyen kareyide ekledim ve 10 birimküp buldum. İkinci öncülü de aynı şekilde 12 buldum." (Strateji geliştirme).*
N3	+	*"Üstteki küpleri saydım, aynı şekilde alttada var olacağını düşündüm. Sıra sıra saydım."(Strateji geliştirme).*
Özel Yetenekli		
Ö1	+	"*İlk önce görünen kısmı topladım, görünen 8 tane var görünmeyen 2 tane var toplam 10 tane.* (strateji geliştirme-Kullanma).
Ö2	+	"*Önce görünenleri sayıp sonra altına gelenleri ekliyorum."(strateji geliştirme).*
Ö3	+	"*Önce sütunları saydım. Sonra hepsini topladım."(strateji geliştirme).*

4.6.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Normal gelişim gösteren öğrencilerin cevaplarından alınan kesitler aşağıda sunulmaktadır.

A: Soruda ikinci yapıda verilen küp sayılarını nasıl hesapladın?

N1: Önce görünenleri saydım 9, görünmeyenleri de ekleyince 13 çıktı.

A: Görünmeyen küpleri sayarken hangi yöntemle düşündün?

N1: Alt kısımları tahmin ettim.

A: Peki başka bir yöntemle sayabilir misin?

N1: Hayır.

A: Birimküpleri hesaplarken bir strateji kullandın mı?

N2: Tek tek saydım, görünmeyen kareyide ekledim ve 10 birimküp buldum. İkinci öncülü de aynı şekilde 12 buldum. (Uygulama-Kullanma).

A: Görünmeyen küpleri nasıl saydın?

N2: Üsttekilerin altında görünmeyenleri saymak için yanındakilere baktım.

A: Görünmeyen kısımlara aralarda boşluk olabilir mi?

N2: Hayır olamaz, olsa düşerdi küpler havada duramaz.

A: Şekilde kaç birimküp vardır?

*N3: Kırmızı olan10, yeşil olanda 12 küp vardır.(*Uygulama-Kullanma).

A: Bunu nasıl hesapladın?

N3: Tek tek saydım.

A: Sayarken bir strateji kullandın mı?

N3: Üstteki küpleri saydım, aynı şekilde alttada var olacağını düşündüm. Sıra sıra saydım.(Strateji geliştirme).

A: Altta boşluklar olabilir mi?

N3: Hayır olamaz. Küplerin uçması lazım o zaman.

Normal gelişim gösteren öğrencilerden N1 küp sayısını hesaplamada hata yapmıştır. N1'in küp sayısını yanlış hesaplamasının nedeni, sadece görünen küpleri dikkate alması ve görünmeyen küpleri zihinsel olarak doğru şekilde tamamlayamamasıdır. Bu durum, öğrencinin zihinsel modelleme becerisinin yetersiz olduğunu gösterir. Ancak N2 ve N3 küp sayılarını doğru hesaplayarak *kullanma* epistemik eylemini göstermiştir.

4.6.2. Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular

Özel yetenekli öğrencilerin görüşlerinden seçilen örnekler aşağıda verilmiştir

A: İkinci bölüm ilk soruyu hesaplarken kullandığın bir yöntem var mı?

Ö1: İlk önce görünen kısmı topladım, görünen 8 tane var görünmeyen 2 tane var toplam 10 tane. (strateji geliştirme-Kullanma).

A: *Görünmeyenleri hesaplarken kullandığın bir yöntemin var mı?*

Ö1: Mesela burda 2 tane küp görünüyor bunun arkasında bir yapı daha var ve sadece üstten bi tanesi görünüyor. Ve bu görünen küpün bir fazlası,üstünde yer alıyor.Bu demektir ki bu yapının altında 2 tanede görünmeyen var.

A: İkinci bölüm birinci soruda küp sayısını bulurken kullandığın bir strateji var mı?

Ö2: Önce görünenleri sayıp sonra altına gelenleri ekliyorum.

A*: Altına gelenleri nasıl hesaplıyorsun?*

Ö2: Belli oluyor zaten.

A:Aralarda boşluklar olabilir mi?

Ö2: Hayır olamaz, nasıl olsun ki küpler bu şekilde duramazdı.

A: İkinci bölüm birinci soruda verilen küpleri saymak için strateji kullandın mı?

Ö3: Önce sütunları saydım. Sonra hepsini topladım.

A: Sütunları nasıl saydın?

Ö3: Genelde en yüksek sütundan başlarım. Mesela burda en yükesk sütun 3'lü. 3'lü sütundan bir tane var. Sonra 2'li sütunları sayarım. 2'li sütunlardan 3 tane yani toplam 6 tane. Bir tane 3lü vardı, 6 tane 2 lilerden gelir. En son yanda görünen 1tane 1'li sütunu da eklerim 10 yapar.(strateji geliştirme)

Özel yetenekli öğrencilerin tamamı soruda istenen birimküp sayısını doğru bulmuştur. Öğrenciler *kullanma* epistemik eylemini başarıyla gerçekleştirmiştir.

4.7. İkinci Bölüm İkinci Soruya Ait Bulgular

Bu soruda öğrencilerden, dikdörtgenler prizmasının birim küplerle hacmini bulmaları, bu hacmi kısa yoldan hesaplama yöntemini açıklamaları ve genel bir formül önermeleri istenmiştir (Bkz. Ek 1, Bölüm 2, Soru 2). Bu soru RBC+C soyutlama modeli epistemik eylem basamaklarından *oluşturmaya* yönelik kurgulanmıştır. Ancak soruda kullanma epistemik eylemide gözlenebilmektedir. Oluşturma basamağı RBC+C soyutlama modeline göre soyutlamanın gerçekleştiği basamaktır.

Tablo 4.7. Öğrencilerin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

İkinci Bölüm Soru 2			
Öğrenciler	Kullanma	Oluşturma	Destekleyici İfade
Normal Gelişim			
N1	-	-	
N2	+	+	*"Ön yüzün alanını bulup, genişliği ile çarparsak prizmanın hacmini hesaplayabiliriz."*(Yeni yapı inşası-Oluşturma)
N3	-	-	

Tablo 4.7. (Devam). Öğrencilerin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

İkinci Bölüm Soru 2			
Öğrenciler	Kullanma	Oluşturma	Destekleyici İfade
Özel Yetenekli			
Ö1	+	+	*"Bir yüzünün alanını bulup diğer ayrıt uzunluğu ile çarparız."*(Yeni yapı inşası-Oluşturma)
Ö2	+	+	*"En boy ve yüksekliği çarparız. Eni e harfiyle boyu b harfiyle ve yüksekliği y harfiyle göstererek formülü yazdım"* *"Önce 4 ve 6 yı çarptım. Önce taban yüzeyinin alanını hesapladım. Sonra bunu yüksekliği ile çarptım. Yani 3 ile çarptım. Sonucu 72 buldum"* (Yeni yapı inşası-Oluşturma)
Ö3	+	+	*"Eni boyu ve yüksekliği çarpabiliriz."*(Yeni yapı inşası-Oluşturma).

4.7.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Normal gelişim gösteren öğrencilerin soruya verdikleri yanıtların bazıları aşağıda paylaşılmaktadır.

A: İkinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

N1: İçini kaç tane birimküple doldurabileceğimi soruyor. Önce 6 ile 3 ü çarptım. Bu yüzü buldum. Sonra 4 ile 3 ü çarptım 12. Sonra bunları topladım 30 buldum.

A: Neden 6 ile 3 ü çarptın?

N1: Görünen yüzü hesaplamak için.

A:Görününen yüzün neyini hesaplamış oldun?

N1: ...(Öğrenci sessiz kalmıştır).

A: Alanını hesaplamış olabilir miyiz?

N1: Evet.

A: 4 ile 3 ü neden çarptın?

N1: Diğer yüzün alanını hesaplamak için.

A: Peki bu yüzlerin alanını bulman bu soruda sana ne gibi kolaylık sağladı?

N1: Bu yüzleri toplayınca hacmi buldum.

A: İkinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

N2: 3 ile 6 yı çarptım 18 çıktı, böylece ön yüzü hesapladım. Sonra bulduğum sonucu 4 ile çarptım. Çünkü ordaki uzunluk 4 birim. Sonucu 72 buldum.(Problem çözme-Kullanma)

A:3 ile 6 yı çarparak neyi hesaplamak istedin?

N2: Kutunun ön yüzünün alanını hesaplamak istedim.

A: Sonra neden bulduğun sonucu 4 ile çarptın?

N2: Çünkü yana doğru 4 sıra daha küp yerleştirebilirim kutuya.

A: Dikdörtgen prizmanın hacmini hesaplamak için kısa yol var mıdır?

N2: Yükseklikle yatayı çarptıktan sonra, yandaki kısmı çarparım.

A: Bu cümleni biraz daha açar mısın?

N2: Ön yüzün alanını bulup, sonra yataydaki uzunluğunu sayıp çarparım.

A: Yataydaki hesapladığın uzunluk prizmanın bir ayrıtı mıdır?

N2: Evet yataydaki uzunluk dediğim aslında prizmanın genişliği.

A: Peki o zaman şimdi bu haliyle tekrar eder misin oluşturduğun kısa yolu.

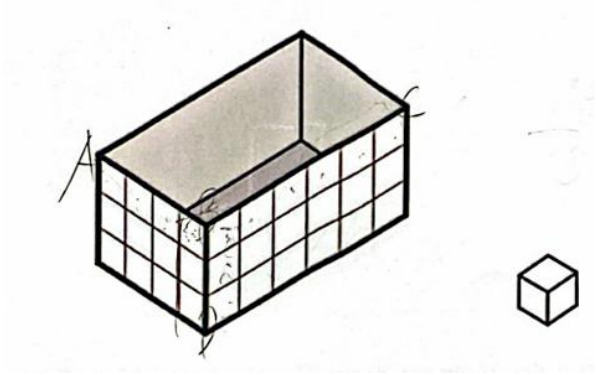
N2: Ön yüzün alanını bulup, genişliği ile çarparsak prizmanın hacmini hesaplayabiliriz.

A:Ön yüzün alanını bulmakla neyi hesaplamış oldun?

N2: Öndeki yüzeye kaç tane küp sığacağını buldum. Sonra arkasında kaç sıra varsa o sayıyla çarptım. Burda 4 sıra var o yüzden 4 le çarptım.

A: Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplamak için formül oluşturabilir misin?

N2: Prizmanın köşelerine harfler veririrm. Kağıda gösterdiğim gibi. BC ile BD yi çarparım, sonra bununla da AB yi çarparım.(Yeni yapı inşası-Oluşturma)



Şekil 4.12. N2 ‘nin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdiği Cevap

N2’nin şekil üzerinde köşelere harfler verdiği görülmüştür.

A: İkinci soruda senden ne istemiş?

N3: Dikdörtgen prizmanın tamamını kaplamak istiyor.

A: Kaplamak mı istemiş içini doldurmak mı istemiş?

N3: İçini doldurmak istemiş.

A: Dışını kaplamakla içini doldurmak arasında ne fark var?

N3: (Sessiz kalıp cevap vermemiştir).

A: Dışını kaplarken yüzey alanını hesaplarız. İçini doldururken hacmini hesaplarız.

A: Çalışma kağıdına yazdığın işlemleri açıklar mısın?

N3: 6 ile 3 ü çarptım. sonra 4 ile 3 ü çarptım.

A: Bu çarpma işlemleri ile neyi hesaplamış oldun?

N3: Kaç tane küp olduğunu hesapladım.

A: Bu yaptığın işlemler daha önce öğrendiğin bir formül mü?

N3: Hayır, ben öyle hesaplanacağını düşündüm.

A: Bu düşünceni hangi eski bilgine dayandırırsın?

N3: Okulda öğretmenimiz böyle işlemler yapmıştı.

A: Okulda hacimle ilgili öğretim yapıldı mı?

N3: Prizmayla ilgili konu işledik, ama hacim mi bilmiyorum.

A: Verilen kutunun içinin kaç tane birimküple dolduğunu hesaplamak için bir kısa yolun var mı? Formül haline getirebilir misin?

N3: Hayır hesaplama yöntemim yok formül haline getiremem.

Normal gelişim gösteren öğrencilerden N1 Ve N3 prizmanın hacmini hesaplama bilgisini oluşturamamışlardır, soruya doğru yanıt verememişlerdir. N1'e eski bilgilerini hatırlatıcı sorular sorulmasına rağmen prizmalara dair eski bilgilerini kullanamamış ve prizmanın hacmini hesaplama bilgisine ulaşamamıştır. N1 hacim hesaplaması yaparken yüzey alanı hesaplama formülünü kullanmıştır. Bu durum öğrencinin yüzey alanı ve hacim arasında anlam karmaşası yaşadığını göstermektedir. N2 prizmanın hacim hesaplamasını doğru gerçekleştirmiş, hacim hesaplama bilgisini oluşturmuş ancak formülle ifade etmede zorluk yaşamıştır. N2 kodlu öğrencinin soruya verdiği yanıt incelendiğinde, öğrencinin kullanma eyleminin yanı sıra oluşturma basamağını da gerçekleştirdiği görülmektedir. Öğrenci, "yükseklikle yatayı çarptıktan sonra, yandaki kısmı çarparım" ifadesiyle kendi zihinsel akışına uygun adım adım bir işlem stratejisi geliştirmiştir. Bu yaklaşım, öğrencinin kişisel çözüm yolunu yapılandırma ve yeni bir yapı inşası gerçekleştirdiğini göstermektedir. Böylece öğrenci, hacim hesaplama sürecini kendi oluşturduğu ardışık adımlarla ifade ederek kavramsal bilgiyi işlevsel hâle getirmiştir.

4.7.2. Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular

Özel yetenekli öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplardan örnekler aşağıda yer almaktadır.

A: İkinci sorunun cevabını açıklar mısın?

*Ö1: Prizmanın daha büyük yüzünün alanı kadar küple dolduracağım zemini. Bu yüzün kısa ve uzun kenarını çarptım. 6 ile 3 ü çarptım. 18 yapar. 18 ile 4 ü çarpınca sonuç çıkar. Yani cevap 72. (*Problem çözme-Kullanma).

A: Neden 6 ile 3 ü çarptın?

Ö1: En büyük yüzün alanını hesaplayarak başladım. Bunun bana kolaylık sağlayacağını düşündüm ama aslında çok da farketmeyebilir.

A: Peki bulduğun yüzün alanını neden 4 ile çarptın?

Ö1: Çünkü yandaki uzunluk 4 birim.

A: Yandaki uzunlukla neyi kastediyorsun.

Ö1: İşte şurası. (Öğrenci kağıt üzerinde 4 birim uzunlukta olan ayrıtı işaret etmiştir).

A: Neden ordaki uzunlukla çarptın?

Ö1: Çünkü sıra sıra küpleri içine doldurmam lazım. Katman katman gibi düşünebilirsiniz. 4 katman daha var aynı yüzden.

A: Başka yöntemle çözebilir misin soruyu?

Ö1: Evet. Başka yüzün alanını hesaplayarak bulabilirim. 4 ile 3 ü çarparsam 12 ve 12 yi de 6 ile çarparsam 72 çıkar.(Yeniden yapılandırma, esneklik-Oluşturma).

A: Hacim hesaplamanın kısa yolu var mıdır?

*Ö1: Bir yüzünün alanını bulup diğer ayrıt uzunluğu ile çarparız. (*Yeni yapı inşası-Oluşturma)

A: Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplamak için bir formül oluşturabilir misin?

Ö1: Emin değilim.

A: İkinci soruda verdiğin cevabı açıklar mısın?

*Ö2: Önce 4 ve 6 yı çarptım. Önce taban yüzeyinin alanını hesapladım. Sonra bunu yüksekliği ile çarptım. Yani 3 ile çarptım. Sonucu 72 buldum. (*Problem çözme-Kullanma)

A: Neden yüksekliğiyle çarptın?

Ö2: Çünkü tabana koyduğum küplerden aynı şekilde 3 sıra daha koymam gerekiyordu. Böylece kutunun içini tamamen doldurarak hacmini hesaplamış oldum.(Modelleme-Oluşturma).

A: Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplarken kullandığın bir kısa yol var mı?

Ö2: Tabanla yüksekliği çarparım.

A: Taban derken neyi kastediyorsun?

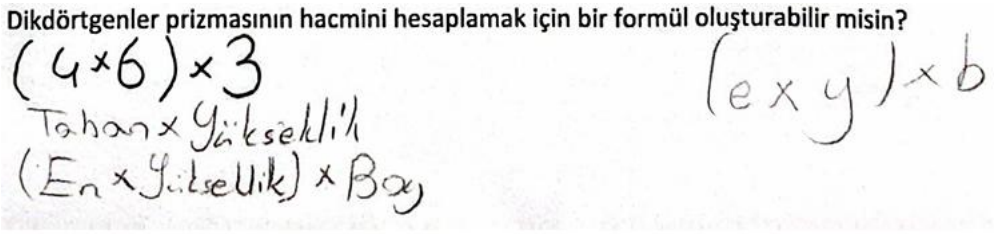
Ö2: Taban alanı.

A: Başka yöntemle hesaplanabilir mi?

Ö2: Önce yüksekliğiyle enini çarpıp daha sonra boyunu da çarpabilirdik.(Yeniden yapılandırma-Oluşturma).

A: Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplamak için bir formül oluşturabilir misin?

Ö2: Evet. En boy ve yüksekliği çarparız. Eni e harfiyle boyu b harfiyle ve yüksekliği y harfiyle göstererek formülü yazdım.(Yeni yapı inşası, Soyutlama- Oluşturma)



Şekil 4.13. Ö2 'nin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdiği Cevap

A: İkinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

*Ö3: Kutuya kaç tane birim küp dolduracağımızı hesaplamak için ya bir yüzünü bulup kaç sıra varsa onunla çarpacağız, ya da diğer yüzü bulup kaç sıra varsa onunla çarpmamız gerekir. Ben önce 4 ile 3 ü çarparak 12 buldum, bu ön yüze gelen küp sayısı. sonra bulduğum cevabı 6 ile çarptım. Çünkü ön yüzün arkasında 6 sıra var. sonuç 72. (*Problem çözme-Kullanma)

A: Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplamak için formül oluşturabilir misin?

Ö3: Ön yüzün enini boyunu çarparız. Sonra yan yüzün eniyle çarparız.(Modelleme-Oluşturma).

A: Dikdörtgenler prizması kaç boyutludur? Bunları açıklar mısın?

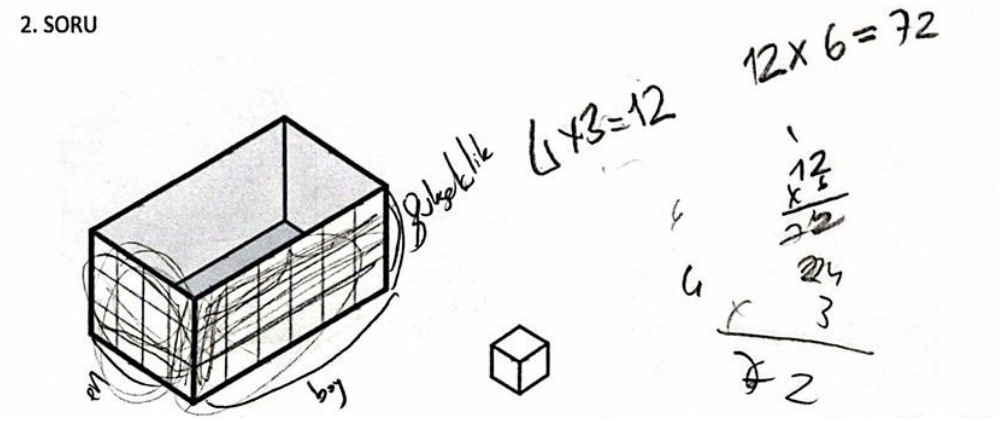
Ö3: 3 boyutludur. Derinlik, en ve boy. Ya da yükseklik, en ve boy diyebiliriz.

A: Peki bu örnekte en boy ve yükseklik kaç birim?

Ö3: Eni 4 birim, boyu 6 birim yüksekliği 3 birimdir.(Uygulama-Kullanma).

A: Peki biz hacmi hesaplarken hangi işlemleri yapmıştık, bu işlemleri şimdi formülleştirebilir misin?

Ö3: Eni boyu ve yüksekliği çarpabiliriz.(Yeni yapı inşası-Oluşturma).



Şekil 4.14. Ö3'ün İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdiği Cevap

Ö1 ,hacim hesaplama sürecinde büyük yüzeyin alanını esas alarak çözüm geliştirmiş ve farklı yüzeylerden hareketle alternatif yollar üretmiştir. Bu yaklaşım, öğrencinin problem çözme, kullanma, ve özellikle yeniden yapılandırma ile oluşturma eylemlerini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Ancak Ö1, hacim hesaplama bilgisini formülle ifade edememiştir. Bu bulgu, öğrencilerin yüzeysel kavramsal bilgiden derin kavramsal bilgiye geçişte zorluk yaşadığını ve sembolik düşünmeye yönelik destekleyici etkinliklerin önemini ortaya koymaktadır. Ö2 , tabanı katman mantığıyla düşünerek hacim kavramını üç boyutlu bir yapı olarak modellemiş ve "küple doldurma" ifadesiyle somutlaştırma sağlamıştır. Ayrıca, formül yazarken harf kullanması, soyutlama, yeni yapı inşası ve oluşturma basamaklarına işaret etmektedir. Ö3 ise ön yüzü esas alarak katman mantığı kurmuş, farklı yüzeylerden hacim hesaplama yaklaşımı sunmuş ve formül oluşturarak modelleme, yeni yapı inşası, oluşturma, ve problem çözme eylemlerini başarıyla gerçekleştirmiştir. Boyut bilgilerini açıklaması, kavramsal bilgiyi uygulama düzeyinde doğru şekilde aktardığını göstermektedir. Özel yetenekli öğrencilerin hepsi RBC+C soyutlama modeline göre bilgiyi kullanarak "oluşturma" epistemik eylemini başarıyla gerçekleştirmişlerdir. Bu durum öğrencilerin bilgiyi soyutlayabildiklerini göstermektedir.

4.8. İkinci Bölüm Üçüncü Soruya Ait Bulgular

Bu soruda öğrencilerden verilen prizmaların hacimlerini birimküp cinsinden hesaplamaları istenmiştir (Bkz. Ek 1, Bölüm 2, Soru 3). Soru içerisinde öncüller birbiriyle bağlantılı olacak şekilde aşamalı olarak kurgulanmıştır. Bu soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından *pekiştirmeye* yönelik oluşturulmuştur.

Tablo 4.8. Öğrencilerin İkinci Bölüm Üçüncü Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

İkinci Bölüm Soru 3				
Öğrenciler	K	O	P	Destekleyici İfade
Normal Gelişim				
N1	+	-	-	
N2	+	+	+	*"İkinci öncül birinci öncülden yardım alarak hesapladım. Zaten tabandaki alan birinci öncüldeki küplerle oluşturulan yapıyla aynı. Yani burda 15 birimküp vardır. Sonra bulduğum bu taban alanını 4 le çarptım."(*Genelleme-Pekiştirme*).*
N3	+	+	+	*"1'i yazmaya gerek duymadım çünkü çarpmada bir şey değiştirmiyor."(*Kavramın yerleşmesi-Pekiştirme*)*
Özel Yetenekli				
Ö1	+	+	+	*"Önce eniyle yüksekliğini çarparak ön yüzün alanını hesapladım, sonra bunu boyuyla çarparak hacmini hesaplamış oldum."(*Genelleme,transfer-Pekiştirme*)*
Ö2	+	+	+	*"Önce eni boyu çarptım 3 çarpı 5 yani 15 eder. Burda yükseklik 1 birim olduğu için 1 le çarptım sonuç değişmedi. İkinci öncüldede aynı yöntemi kullandım."*(Genelleme-Pekiştirme)
Ö3	+	+	+	"*Burda hacim hesaplarken önce eni ve yüksekliğini çarptım. Yani 3 ve 4 ü çarptım. sonra bulduğum sonuçla boyunu yani 5'i çarptım. Sonucu 60 buldum.(*Genelleme-Pekiştirme*).*

4.8.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Normal gelişim gösteren öğrencilerin soruya dair yanıt örnekleri aşağıda verilmiştir.

A: Üçüncü soruda prizmanın hacmini nasıl hesapladın?

N1:Tek tek saydım. 15 tane var.

A: Peki, bu 15 küpü nasıl saydın?

N1: Sırayla saydım.

A:3 çarpı 5 gibi mi düşündün?

N1: Hayır tek tek saydım sadece.

A: İkinci öncüldeki prizmanın hacmini nasıl hesapladın?

N1: Birinci öncülde verilen şekilden üst üste 4 tane konulmuş. Bu yüzden 15 ile 4 ü çarptım ve 60 buldum.(Akıl yürütme-Kullanma).

A: Neden 4 ile çarptığını biraz daha açar mısın?

N1: Bir sırada kaç tane küp olduğunu saymıştım zaten. Her sırada aynı sayıda küp vardır. Şekilde 4 sıra küp üst üste var. Bu yüzden toplam küp sayısını bulmak için 4 ile çarptım.

A: Üçüncü soru hakkında ne düşünüyorsun?

N2: Prizmaların hacimlerini birimküp cinsinden bulmamı istiyor. Uzunlukları saydım 3 birim e 5 birim çıktı. Bunları çarptım bu 1 katmanın hacmi. Birinci öncülün cevabı 15.

A:3 ve 5 i çarpman yeterli mi?

N2: Yeterli, çünkü zaten 1 sıra küp var ve 1 etkisiz eleman tekrar 1 ile çarpma gereği duymadım. (Transfer-Pekiştirme).

A: İkinci öncülü nasıl hesapladın?

N2: İkinci öncül birinci öncülden yardım alarak hesapladım. Zaten tabandaki alan birinci öncüldeki küplerle oluşturulan yapıyla aynı. Yani burda 15 birimküp vardır. Sonra bulduğum bu taban alanını 4 le çarptım.(Genelleme-Pekiştirme).

A: Neden 4 ile çarptın?

N2:Yüksekliği 4 birim olduğu için.

A: Üçüncü soruyu nasıl hesapladın?

N3: 3 ile 5 i çarptım.

A: Bu sayıların neyi temsil ettiğini anlatır mısın?

N3: *Üstteki küplerin satır ve sütunlarını saydım. 3 tane uzunlamasına, 5 tane yanlamasına vardı.*

A: *Peki şeklin yüksekliği kaçtı sence?*

N3: *1birim.*

A: *Yani 3×5×1 mi olmalıydı?*

N3: *Evet ama 1'i yazmaya gerek duymadım çünkü çarpmada bir şey değiştirmiyor.(Kavramın yerleşmesi-Pekiştirme)*

A: Bir sonraki şekilde kaç tane birim küp olduğunu nasıl buldun?

N3: Burda 15 ile 4 ü çarptım. Çünkü burda 4 kat var.(Genelleme-Pekiştirme)

A: 15 e nasıl ulaştın?

N3: Önceki görselden yardım aldım. Hesaplamıştım orda 15 küp olduğunu.

N1 verilen soruya doğru yanıt vermiştir, ancak yaptığı açıklamalarda matematiksel dil kullanmakta zorlanmıştır. Verilen sorularda akıl yürüterek RBC+C epistemik eylem basamaklarından kullanmayı gerçekleştirmiş ancak pekiştirme eylemini gerçekleştiremediği görülmektedir. N2 daha önce oluşturmuş olduğu prizmaların hacim bilgisini bu soruda taban alanı ve yüksekliği çarptığını ifade ederek pekiştirme eylemini gerçekleştiğini göstermektedir. N3, birim küp sayısını bulma sürecinde "3 ile 5'i çarptım" ve "15 ile 4'ü çarptım" ifadeleriyle, daha önce öğrendiği çarpma ve kat kavramlarını yeni bağlama transfer ederek kullanmıştır. Böylece öğrenci, sadece bilgiyi kullanmakla kalmamış, aynı zamanda bilgileri transfer ederek pekiştirme eylemini gerçekleştirmiştir. Öğrencinin birim küp sayısını belirleme süreci, hacim kavramının somut örnekler yoluyla zihninde yerleşmekte olduğunu göstermektedir.

4.8.2. Özel Yetenekli Öğrencilere Ait Bulgular

Özel yetenekli öğrencilerin yanıtlarından alınan kesitler aşağıda sunulmaktadır.

A: Üçüncü soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö1: 3'le 5'i çarptım. Yani bu iki ayrıtı çarptım.(Şekil üzerinde enini ve boyunu göstermiştir.) Yüksekliği 1 birim olduğu için 1'le çarptım. Sonuç 15 çıktı.

A: 3'le 5i çarpmanın sebebi nedir?

Ö1: Şeklin enini ve boyunu çarptım.

A: Peki ikinci öncülü nasıl hesapladın?

Ö1: Aynı yöntemi kullandım. Önce 3'le 4'ü çarptım. Oniki . Bulduğum sonucu 5 ile çarptım . Sonuç 60.

A: Burda neden 3'le 4'ü çarptın?

Ö1: Bu sefer ön yüzün alanını hesapladım önce. Çünkü hacimi bu şekildede hesaplayabilirim. Bulduğum alanla diğer ayrıt uzunluğunu çarptım.

A: Bu işlemleri matematiksel dil kullanarak ifade edebilir misin?

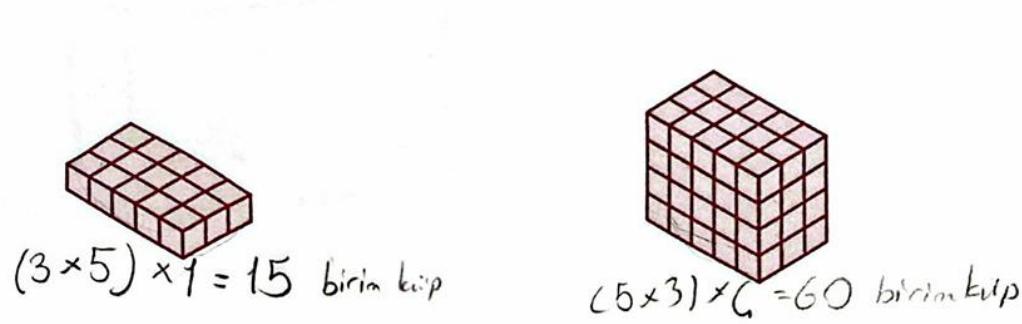
Ö1: Önce eniyle yüksekliğini çarparak ön yüzün alanını hesapladım, sonra bunu boyuyla çarparak hacmini hesaplamış oldum.(Genellem, transfer-Pekiştirme)

A: Üçüncü soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö2: Önce eni boyu çarptım 3 çarpı 5 yani 15 eder. Burda yükseklik 1 birim olduğu için 1 le çarptım sonuç değişmedi. İkinci öncüldede aynı yöntemi kullandım.(Tekrar, Kalıcılık-Pekiştirme)

A: Farklı yöntemle hesaplayabilir misin?

Ö2: Önce yükseklikle boyu çarpıp sonra eniyle çarpabiliriz.(Esneklik, Transfer-Kullanma, Pekiştirme).



Şekil 4.15. Ö3'ün İkinci Bölüm Üçüncü Soruya Verdiği Cevap

A: Üçüncü soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö3: Burda hacim hesaplarken önce eni ve yüksekliğini çarptım. Yani 3 ve 4 ü çarptım. sonra bulduğum sonuçla boyunu yani 5'i çarptım. Sonucu 60 buldum.(Genelleme-Pekiştirme).

A: Bu soruyu başka yöntemle hesaplayabilir misin?

Ö3: Olabilir. Önce 3 ve 5 'i çarpıp 15 bulurum. Sonra yükseklikle yani 4'le çarparak yine aynı sonuca ulaşabilirim. (Esneklik, Transfer-Kullanma, Pekiştirme)

Ö1, önce ön yüzün alanını hesaplayıp sonra boyuyla çarparak hacim bilgisini farklı bir şekilde oluşturmuş ve pekiştirmiştir. Ö2, hacim hesaplama sürecinde "önce eni boyu çarptım, sonra yükseklikle çarptım" ifadesiyle bilgiyi doğru biçimde kullanmış. Aynı yöntemi ikinci öncülde de tekrarlaması, kavramı pekiştirme ve kalıcı hâle getirme süreçlerini desteklediğini göstermektedir. Ayrıca, "önce yükseklikle boyu çarpıp sonra eniyle çarpabiliriz" şeklindeki açıklaması, öğrencinin işlemlerin sırasını değiştirebileceğini fark ettiğini ve yeniden yapılandırma ile oluşturma eylemlerini de gerçekleştirdiğini ortaya koymaktadır. Bu yaklaşım, öğrencinin esnek düşünme becerisi kazandığını ve kavramsal

yapıyı farklı yollarla kullanabildiğini göstermektedir. Ö3, eni ve yüksekliği çarptıktan sonra boyuyla çarparak hacim bilgisini oluşturmuş ve pekiştirmiştir. Bu soruda gerçekleşmesi beklenen pekiştirme eylemi tüm özel yetenekli ğrenciler için gerçekleşmiştir.

4.9. İkinci Bölüm Dördüncü Soruya Ait Bulgular

Bu soruda öğrencilere, belirli ayrıt uzunluklarına sahip bir dikdörtgenler prizmasının içerisine 1 cm³'lük küplerin yerleştirilmesi durumu verilmiş ve prizmanın hacmine ilişkin hesaplama yapmaları beklenmiştir (Bkz. Ek 1, Bölüm 2, Soru 4). Soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından *pekiştirmeye* yönelik oluşturulmuştur.

Tablo 4.9. Öğrencilerin İkinci Bölüm İkinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

İkinci Bölüm Soru 4		
Öğrenciler	Pekiştirme	Destekleyici İfade
Normal Gelişim		
N1	-	
N2	+	"*Hacim hesaplarken ön yüzün alanını bulup diğer ayrıtla çarparız.(*Tekrar,otomatikleşme-Pekiştirme).
N3	-	
Özel Yetenekli		
Ö1	+	*"20 ile 10'u çarptım çünkü bu yüzün alanını bulup diğer uzunlukla çarptığımda hacmini bulurum. Bir tane şeker 1 cm ise 20 cmlik uzunluğa 20 tane sığar. 20 ile 10'u çarptım 200 buldum. Sonra 200 ü 5 ile çarpıp 1000 buldum."(*Genelleme-Pekiştirme)
Ö2	+	"*10 ve 20 yi çarptım sonra da bulduğum sonucu 5 ile çarptım ve sonucu 1000 buldum.(*Genelleme,Pekiştirme).
Ö3	+	"*Taban alanını buldum önce. 10 ve 20 yi çarptım 200 santimetrekare ve bunu yükseklikle çarptım. 200 ve 5 i çarptım 1000 buldum. 1000 tane küp şeker sığar. "*(Genelleme-Pekiştirme).

4.9.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Normal gelişim gösteren öğrencilerin yanıt örnekleri aşağıda verilmiştir.

A: Dördüncü soruda verdiğin cevabı açıklar mısın?

N1: 20 ile 5 i çarptım 100 çıktı sonra 10 ile 5 i çarptım 50 çıktı ve ikisini topladım 150 çıktı.

A: Bu soruda senden ne istiyor?

N1: Kutuya kaç tane şeker sığacağını bulmamı istiyor.

A: Neden 20 ile 5'i çarptın?

N1: Daha önce böyle yapmıştık. Dikdörtgenlerin kenarlarını çarpmıştık.

A: Dikdörtgenlerin kenarları çarpılarak neyi hesaplaman istenmiş olabilir?

N1: Dikdörtgenin alanını bulmak için çarpmıştık.

A: Peki dikdörtgenin alanını bulman yeterli mi?

N1: Diğer dikdörtgeninde alanını bulup toplarsam kaç tane şeker sığacağını bulurum.

A: Dördüncü soruya nasıl cevap verdiğini açıklar mısın?

N2: İlk başta burda 20 ve 5 i çarptım. Bu ön yüzün alanı. Çıkan sonuçla 10 u çarptım sonuç 1000 çıktı.

A: Neden çıkan sonuçla 10'u çarptın.

N2: Çünkü hacim hesaplarken ön yüzün alanını bulup diğer ayrıtla çarparız.(Tekrar,otomatikleşme-Pekiştirme).

A: Dördüncü soruyu nasıl hesapladın?

N3: Karşılıklı yüzleri eşit olduğu için burası 5 ise diğer yerde 5 tir. Bu yüzden 10 ile 5 i çarptım. Sonra 20 ile 5 i çarptım. En son topladım.

A: Neden 10 ile 5 i çarptın?

N3: Burdaki yüzün alanını hesapladım(Eliyle yanyüzü göstermiştir).

A: Neden 20 ile 5 i çarptın?

N3: Diğer yüzün alanını hesapladım.

A: Peki soruda senden yüzey alanını hesaplaman mı istenmiş?

N3: İçine kaç tane şeker yerleşebileceğini de bu şekilde bulabilirm.

A: İçine kaç tane şeker yerleşebileceğini bulmakla yüzey alanı hesaplamak aynı şey mi?

N3: Evet.

N1'in, verdiği yanıtlardan dikdörtgenler prizmasının hacim bilgisini ve yüzey alanı hesaplama bilgisini karıştırdığı görülmektedir. Bu durum öğrencinin hacim ve yüzey alanı

bilgilerini işlem temelli olarak ele aldığını ancak bu kavramların anlamlarına ilişkin zihinsel temsillerinin zayıf olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, kavramlar arasında genelleme, transfer ya da otomatikleşme gibi üst düzey zihinsel süreçlerin henüz gerçekleşmediği görülmektedir. N2'nin çözümünde sistematik bir yaklaşım sergilediği, ön yüzün alanını doğru şekilde hesaplayıp yüksekliğiyle çarparak kullanma ve pekiştirme eylemlerini gerçekleştirdiği görülmüştür. N3'ün, N1 'le benzer cevaplar verdiği ve hacim ve yüzey alanı bilgisini karıştırdığı görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin kavramsal bilgiyi doğru bağlamda kullanmakta güçlük çektiğini ve yeni yapı inşasında eksiklik yaşadığını göstermektedir.

4.9.2. Özel Yetenekli Öğrenciler Ait Bulgular

Özel yetenekli öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplardan alınan kesitler aşağıda sunulmaktadır.

A: 4. soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö1: 20 ile 10'u çarptım çünkü bu yüzün alanını bulup diğer uzunlukla çarptığımda hacmini bulurum. Bir tane şeker 1 cm ise 20 cmlik uzunluğa 20 tane sığar. 20 ile 10'u çarptım 200 buldum. Sonra 200 ü 5 ile çarpıp 1000 buldum.(Genelleme-Pekiştirme)

A: 20 ile 10 'u neden çarptın.

Ö1: Alanı bulmak istedim.

A: Hangi alanı hesaplamış oldun.

Ö1: Taban alanını buldum.

A: Diğer uzunlukla çarparım dediğin kısım neresi?

Ö1:Yüksekliği

A: Dördüncü sorunun işlemlerini açıklar mısın?

*Ö2: Her bir küp şekerin 1 cm olduğunu vermiş soruda. Kutunun içine kaç tane sığdığını bulmaya çalıştım. Mesela 10 cm yazan uzunluğa 10 tane şeker sığar. Bu yüzden 10 ve 20 yi çarptım sonra da bulduğum sonucu 5 ile çarptım ve sonucu 1000 buldum.(*Genelleme, Pekiştirme).

A: Neden 10 ve 20 yi çarptın?

Ö2: Çünkü hacmini hesaplamak için önce taban alanını çarpıp sonra yüksekliğiyle çarpmam gerekir.(Otomatikleşme-Pekiştirme).

A: Dördüncü soruyu nasıl hesapladın?

Ö3: Taban alanını buldum önce. 10 ve 20 yi çarptım 200 santimetrekare ve bunu yükseklikle çarptım. 200 ve 5 i çarptım 1000 buldum. 1000 tane küp şeker sığar.(Genelleme-Pekiştirme).

Ö2, dördüncü sorunun çözümünde küp şekerlerin 1 cm ölçüsünde olduğunu fark ederek (tanıma) ve uzunluk ölçülerini doğrudan şeker sayısına dönüştürerek oluşturma ve pekiştirme eylemlerini başarıyla gerçekleştirmiştir. Bu soruya Ö1 ve Ö3 de benzer cevaplar vererek pekiştirme eylemini gerçekleştirmişlerdir.

4.10. İkinci Bölüm Beşinci Soruya Ait Bulgular

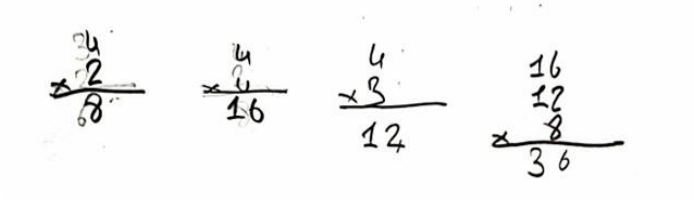
Bu soruda öğrencilerden verilen prizmanın hacminin santimetreküp cinsinden hesaplanması istenmiştir (Bkz. Ek 1, Bölüm 2, Soru 5). Bu soru RBC+C epistemik eylem basamaklarından *pekiştirmeye* yönelik oluşturulmuştur.

Tablo 4.10. Öğrencilerin İkinci Bölüm Beşinci Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

İkinci Bölüm Soru 5		
Öğrenciler	Pekiştirme	Destekleyici İfade
Normal Gelişim		
N1	-	
N2	+	*"Ön yüzün alanını hesapladım. Sonra bulduğum sonucu eniyle çarptım."(*Tekrar,genelleme-Pekiştirme).
N3	-	
Özel Yetenekli		
Ö1	-	
Ö2	+	"*Üç kere çarptık. İki kere çarpsaydık santimetrekare olurdu."(*Transfer-Pekiştirme)
Ö3	+	"*Hacim hesaplamak için önce bir yüzün alanını bulup sonra yüksekliğiyle çarpmam gerekir."(*Otomatikleştirme-Pekiştirme*)*

4.10.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Aşağıda normal gelişim gösteren öğrencilerin görüşlerinden bazı örnekler yer almaktadır.



Şekil 4.16. N1'in İkinci Bölüm Beşinci Soruya Verdiği Cevap

A: Neden 4'le 2 yi çarptın?

N1: Tabandaki alanı buldum

A:Sonra 4 'le 4'ü çarpmışsın nedenini açıklar mısın?

N1: Alan hesapladım yine

A: Hangi şeklin alanını hesapladın?

N1: Hata mı yaptım?

A: Neyi hesaplamak istediğini tekrar düşünelim.

N1: Hacim hesaplamamı istemiş ama ben hacim hesaplamayı bilmiyorum.

A: Beşinci soruyu açıklar mısın?

N2: Hacmini hesaplamamı istiyor. 3 ile 4 ü çarptım. Burasın ön kısım.12 çıktı. Bunu da 2 ile çarptım bu da diğer uzunluk. Sonuç 24 çıkıyor.(Problem Çözme-Kullanma).

A: Ön kısım dediğin yerle neyi hesapladın?

N2:Yani ön yüzün alanını hesapladım. Sonra bulduğum sonucu eniyle çarptım.(Tekrar,genelleme-Pekiştirme).

A: Bulduğun sonucun birimi nedir?

N2: Santimetreküptür.

A: Beşinci soruda neden prizmanın açınımnıı çizdin?

N3: Hesaplamak için.

A:Neyi hesaplamak için?

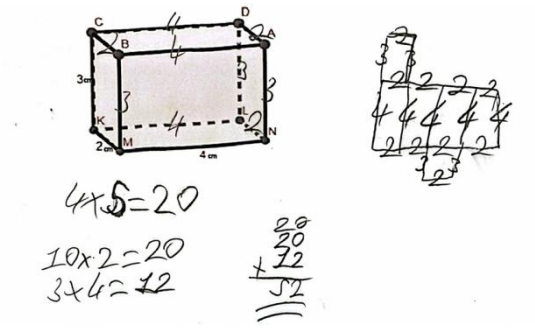
N3: Sorunun cevabını.

A: Hacim ve alan hesaplamanın farkını biliyor musun?

N3: Hayır.

A: Peki neden açınımını yaptığın şeklin kenarlarına yazdığın sayıları topladın?

N3: Hacmi böyle hesaplayabileceğimi düşündüm.



Şekil 4.17. N3'ün İkinci Bölüm Beşinci Soruya Verdiği Cevap

N3, soruyu çözmek için prizma açınımını çizerek hesaplamaya çalışmıştır. Ancak kavram yanılgısı nedeniyle yanlış işlemler yapmıştır. Hacim ve alan hesaplarının farkını bilmiyor oluşu kavramsal bilgi eksikliğini ve hacim kavramını pekiştirme sürecinin tamamlanamadığını göstermektedir. Benzer şekilde cevap veren N1 de pekiştirme eylemini gerçekleştirememiştir. Ancak normal gelişim gösteren öğrencilerden N2 soruya doğru yanıt vererek pekiştirme eylemini gerçekleştirmiştir.

4.10.2. Özel Yetenekli Öğrencilere Ait Bulgular

Bu soruya ilişkin özel yetenekli öğrencilerin yanıtlarından alınan örnekler aşağıda verilmiştir.

A: Beşinci soruda yaptığın işlemi açıklar mısın?

Ö1: 3 ile 2 yi çarptım 6 eder, 4ile 3 ü çarptım 12. En son hepsini topladım.

A: Neden hepsini topladın. Bu soruda senden neyi hesaplamanı istiyor?

Ö1: Bunları toplayınca hacim çıkar.

A: Hacim nasıl hesaplanıyordu?

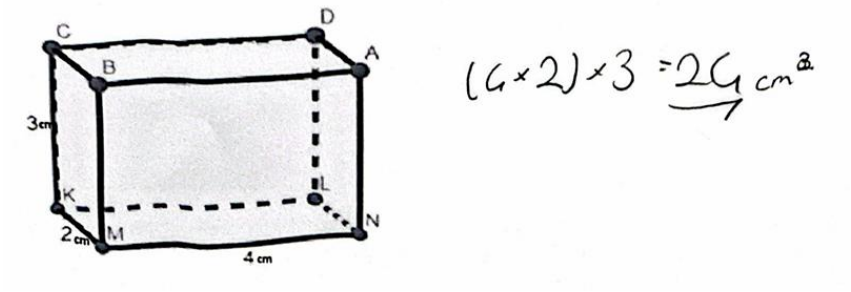
Ö1: Ayrıtları çarparak hesaplarız. Benim yaptığım işlemlerde olduğu gibien son topluyoruz.

A: Beşinci soruda verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö2: Enini boyunu yüksekliğini çarparak hacmi buldum.(Tekrar, kalıcılık-Pekiştirme)

A: Bulduğun sonucun ölçü birimi neden santimetreküp oldu?

Ö2: Üç kere çarptık. İki kere çarpsaydık santimetrekare olurdu.(Transfer-Pekiştirme)



Şekil 4.18. Ö2 'nin İkinci Bölüm Beşinci Soruya Verdiği Cevap

A: Beşinci soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö3: Benden hacmini hesaplamamı istemiş. 4 ile 2 yi çarpıp sonra bulduğum cevabı 3 ile çarptım.

A:Neden bu işlemleri yaptın?

Ö3: Hacim hesaplamak için önce bir yüzün alanını bulup sonra yüksekliğiyle çarpmam gerekir(Otomatikleştirme-Pekiştirme)

Ö1 soruya doğru yanıt verememiştir. Pekiştirmeye yönelik diğer sorulardan farklı olarak hacim hesabını birimküp cinsinden değilde santimetreküp cinsinden istendiğinde Ö1 karmaşa yaşamış ve hacmi hesaplayamamıştır. Bu soruda pekiştirme eylemini gerçekleştirememiştir. Ö2'nin, ölçü birimi gerekçesiyle yaptığı açıklama, kavramlar arası bağlantı kurabildiğini ve bilgileri kalıcı hâle getirerek pekiştirdiğini göstermektedir. Böylece öğrenci, sadece işlemleri yapmakla kalmamış, ölçü birimini kavramsal düzeyde içselleştirdiğini de ortaya koymuştur. Bu soruda Ö2 ve Ö3 benzer doğru cevaplar vererek pekiştirme eylemini gerçekleştirmişlerdir.

4.11. İkinci Bölüm Altıncı Soruya Ait Bulgular

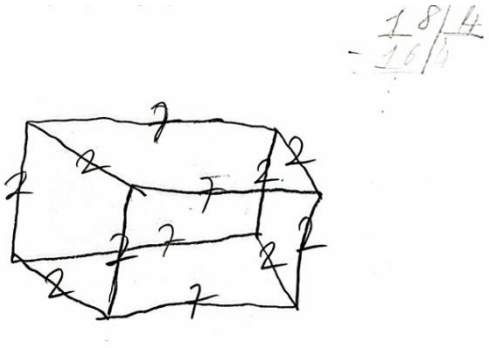
Bu soruda öğrencileden hacmi 18 birimküpten oluşan bir dikdörtgenler prizması inşa etmeleri istenmiştir (Bkz. Ek 1, Bölüm 2, Soru 6).

Tablo 4.11. Öğrencilerin İkinci Bölüm Altıncı Soruya Verdikleri Cevaplarda Gerçekleştirdikleri Epistemik Eylemler

İkinci Bölüm Soru 6				
Öğrenciler	K	O	P	Destekleyici İfade
Normal Gelişim				
N1	+	-	-	
N2	+	+	+	*Uzunlukları 3, 6 seçersem diğer ayrıtada 1 birim verebilirim. 3 ile 6 yı çarparsam 18 olur. 18i 1 ile çarparsam yine 18 çıkar.(*Yeniden Kullanma-Pekiştirme)
N3	+	-	-	
Özel Yetenekli				
Ö1	+	+	+	*Oluşturduğum yapının içinde olan küplerin sayısının 18 olması gerekir. Bu yüzden eni 2 boyu 3 ve yüksekliği 3 birim olursa oluşan yapının hacmi 18 birim olur.(*Transfer-Pekiştirme)
Ö2	+	+	+	*Enini boyunu yüksekliğini değiştirebiliriz. Ama çarptığımızda 18 olmalı. Mesela 3,1 ve 6 uzunluklarını seçebiliriz.(*Yeniden Kullanma-Pekiştirme)
Ö3	+	+	+	*9 ile 2 yi çarparsam 18 olur. Yüksekliğide 1 seçersem yeni bir prizma inşa etmiş olurum.(* Yeniden Kullanma-Pekiştirme).

4.11.1. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilere Ait Bulgular

Normal gelişim gösteren öğrencilerin soruya verdikleri cevaplardan alınan kesitler aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.19. N3'ün İkinci Bölüm Altıncı Soruya Verdiği Cevap

A: İnşa ettiğin prizmanın neden bütün ayrıtlarına 2 yazdın?

N3: 2'lerin toplamının 18 olması gerektiğini düşündüm.

A: Bu şekilde hacim 18 birimküp yapıyor mu?

N3: Bilmiyorum bize hacim hesaplamayı öğretmedi öğretmenimiz.

A: Altıncı soruda çizimini yaptığın prizmayı tanıtır mısın?

N2: Ayrıt uzunluklarını 5 birim 4 birim 2 birim olarak belirledim.

A: Oluşturduğun prizmanın hacmini hesaplayarak sağlama yapar mısın?

N2: 5 ile 2 yi çarparız 10 çıkar. (Bir süre duraksadıktan sonra). Bu soruda hata yapmışım. Cevabımı değiştirebilir miyim?

A: Evet. Düzeltebilirsin.

N2: Uzunlukları 3, 6 seçersem diğer ayrıtada 1 birim verebilirim. 3 ile 6 yı çarparsam 18 olur. 18i 1 ile çarparsam yine 18 çıkar.

A: Neden değiştirdin cevabını

N2: Sağlamasını yaparken hata yaptığımı farkettim. Çünkü hacim hesaplarken ayrıtları çarpacaktım ama yanlış hesap yapmışım.

N1, yaptığı çizimin amacını açıklayamamış soruyla bağlantısı olmayan bir cevap vermiştir. Hacim hesaplama bilgisini oluşturamadığını ifade etmiştir. N2, önce hatalı cevap verip daha sonra araştırmacı tarafından sağlamasının yapılması istendiğinde en, boy ve yükseklik ölçülerini doğru bir şekilde belirleyerek hacim formülünü uyguladığı ve beklenen cevaba ulaştığı görülmüştür. Bu durum, N2'nin hem tanıma hem kullanma hem de oluşturma eylemlerini başarıyla gerçekleştirdiğini ve kavramsal bilgisini yeni bir bağlama transfer ederek pekiştirdiğini göstermektedir. Buna karşılık, N1 ve N3 soruya yanlış yanıt vererek hedef hacmi elde edecek çizimi yapamamışlardır, bu durum öğrencilerin kavramsal eksiklik yaşadığını ve yeni yapı inşasında güçlük çektiklerini ortaya koymuştur.

4.11.2.Özel Yetenekli Öğrencilere Ait Bulgular

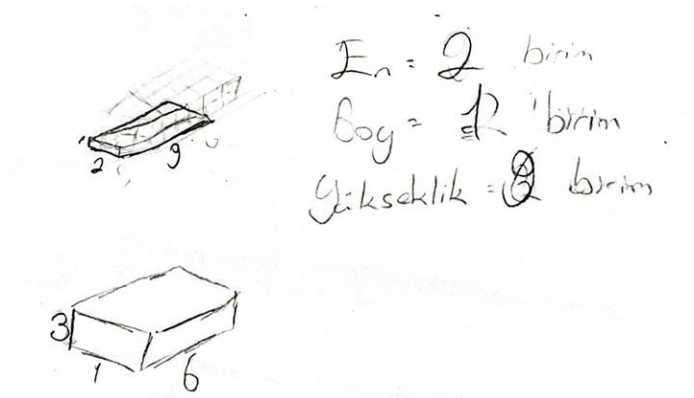
Özel yetenekli öğrencilerin ilgili soruya verdikleri yanıt örnekleri aşağıda yer almaktadır.

A: 6. soruya verdiğin cevabı açıklar mısın?

Ö1: Oluşturduğum yapının içinde olan küplerin sayısının 18 olması gerekir. Bu yüzden eni 2 boyu 3 ve yüksekliği 3 birim olursa oluşan yapının hacmi 18 birim olur.(Modelleme-Oluşturma, Tekrar-Pekiştirme)

A: Bu soruyu başka bir yöntemle çözebilir misin?

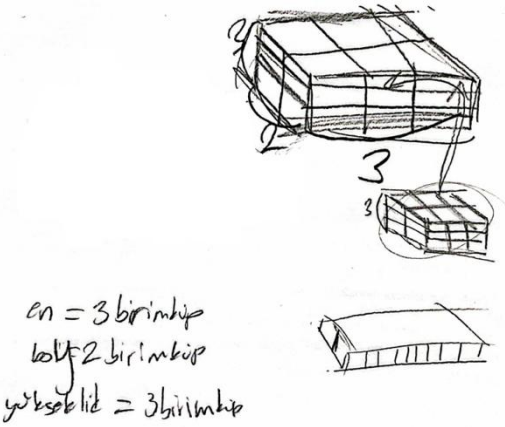
Ö1: Evet. 18 tane birim küp olsa deneyerek bulabilirim. Ama şuan zihinden bulamadım.



Şekil 4.20. Ö2'nin İkinci Bölüm Altıncı Soruya Verdiği Cevap

A: Altıncı soru için alternatif bir cevap verebilir misin?

Ö2: Evet uzunluklarını değiştirebiliriz. Enini boyunu yüksekliğini değiştirebiliriz. Ama çarptığımızda 18 olmalı. Mesela 3,1 ve 6 uzunluklarını seçebiliriz.



Şekil 4.21. Ö3'ün İkinci Bölüm Altıncı Soruya Verdiği Cevap

A: Altıncı soruda çizdiğin prizmanın ayrıt uzunluklarını neden 3 br, 2 br ve 3br olarak belirledin?

Ö3: Hacminin 18 olması için bu uzunlukları çarpmam gerekir. (Tekrar-Pekiştirme)

A: Hacmi 18 birimküp olan farklı bir prizma inşa edebilir misin?

Ö3: Evet. Düşüneyim. 9 ile 2 yi çarparsam 18 olur. Yüksekliğide 1 seçersem yeni bir prizma inşa etmiş olurum.(Modelleme-Oluşturma, Yeniden Kullanma-Pekiştirme)

Ö1‘in hacim kavramını kullanarak "eni 2, boyu 3 ve yüksekliği 3 birim" şeklinde yapılandırdığı prizma örneğiyle oluşturmave pekiştirme eylemlerini gerçekleştirdiği görülmektedir. Ö2 ,hacmi 18 birimküp olan prizmanın farklı uzunluk kombinasyonlarıyla inşa edilebileceğini belirterek "3, 1 ve 6" gibi alternatif boyutları önermiş, bu yaklaşımıyla modelleme-oluşturma, yeniden kullanma-pekiştirme eylemlerini birlikte gerçekleştirmiştir. Benzer şekilde Ö3 de oluşturma ve pekiştirme eylemlerini gerçekleştirmiştir.

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu başlık altında çalışma kağıdı ve odaklı görüşmeler yardımıyla özel yetenekli ve normal gelişim gösteren 5. Sınıf öğrencilerinin soyutlama süreçlerinden elde edilen bulgulara ait tartışma, sonuç ve önerilere yer verilecektir. Bu çalışma özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin prizmaların hacmi konusunda soyutlama süreçlerinin karşılaştırılmalı analizi açısından önem taşımaktadır.

5.1.Tartışma

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgular, araştırma soruları doğrultusunda ele alınmış ve RBC+C modelinin epistemik eylemleri çerçevesinde alan yazınla karşılaştırılarak tartışılmıştır.

5.1.1. Özel Yetenekli Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerine Yönelik Tartışma

Araştırmada özel yetenek tanısı almış öğrencilerin tamamının prizmaların özelliklerini tanıyabildiği, yüzey alanı bilgisini doğru şekilde kullandığı, hacim bilgisini oluşturduğu ve bu bilgiyi pekiştirdiği görülmüştür. Bulgular, öğrencilerin üst düzey düşünme, temsil ve analiz becerilerine sahip olduklarını göstermektedir. Özel yetenekli öğrencilerin aynı zamanda farklı stratejiler geliştirerek hem bilişsel esneklik sergilediklerini hem de soyutlama süreçlerini etkin biçimde kullandıklarını göstermektedir.

Alan yazınla karşılaştırıldığında, özel yetenekli öğrencilerin bilgiyi soyutlama süreçlerinde başarılı olduklarını vurgulayan çeşitli araştırmalarla örtüşmektedir. Şimşekler (2017), özel yetenekli öğrencilerin soyutlama sürecinde kavramsal bilgiyi esnek biçimde kullandığını belirtmiştir. Gür ve Uyar Düldül (2025) dairenin alanı üzerine yaptıkları çalışmada, üstün yetenekli öğrencilerin RBC+C modelinin tüm basamaklarında etkili biçimde soyutlama yapabildiklerini ortaya koymuştur. Benzer biçimde Coşar'ın (2021) araştırmasında da üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama sürecinde farklı stratejiler geliştirdikleri ve bilgiyi oluşturma ile pekiştirmede akranlarına göre daha ileri düzeyde oldukları ifade edilmiştir.

Bulgular, özel yetenekli öğrencilerin sadece doğru yanıtlar vermekle kalmayıp yanıtlarını gerekçelendirdiklerini ve alternatif çözüm yolları ürettiklerini göstermektedir. Dolayısıyla bilişsel esneklik, kavramsallaştırma ve analitik düşünme becerilerinin soyutlama süreçlerinde belirleyici olduğu söylenebilir.

Elde edilen bulgular, özel yetenekli öğrencilerin soyutlama potansiyelinin yüksek olduğunu, ancak bu potansiyeli uygun öğrenme ortamları, yapılandırılmış görevler ve sembolik temsilleri içeren etkinliklerle desteklendiğinde açığa çıktığını ortaya koymaktadır (Şimşekler, 2017; Aydın, 2022).

Öğrencilerin çoğunun formül üretme sürecinde kavramları anlamlı bağlamlara yerleştirmesi, modelleme becerileri ile soyutlama becerileri arasındaki ilişkiye işaret etmektedir. Ancak bu süreçte, özellikle sembolik düzeye geçiş ve formülleştirme aşamasında yaşanan güçlükler, öğrencilerin soyut bilgiyi dışsallaştırmada desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir (Bayraktar vd., 2022; Kılıçoğlu, 2020). Bu nedenle öğretim sürecinde, görsel-somut temsillerin yanı sıra sembolik ve cebirsel temsil biçimlerinin de yapılandırılmış biçimde sunulması, soyutlama sürecini derinleştirmek açısından önem taşımaktadır.

5.1.2. Normal Gelişim Gösteren Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerine Yönelik Tartışma

Normal gelişim gösteren öğrencilerin prizmaların özelliklerini tanıyabildiği ve yüzey alanı bilgilerini kullanabildiği; ancak hacim bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde güçlük yaşadıkları görülmüştür. Çalışma grubunda yalnızca bir öğrenci hacim bilgisini oluşturabilmiş ve pekiştirme aşamasına ulaşabilmiştir. Bu bulgu, Bütüner'in (2024) çalışmasıyla örtüşmektedir. Söz konusu araştırmada öğrencilerin tanıma ve kullanma basamaklarında aktif oldukları, ancak oluşturma aşamasında zorlandıkları ifade edilmiştir. Benzer şekilde Hasar (2019) da öğrencilerin oluşturma ve pekiştirme aşamalarında güçlük yaşadığını vurgulamaktadır. Sezgin-Memnun ve Altun (2012) ise düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin koordinat sistemi soyutlamalarında tanıma ve kullanmada başarılı olsalar da oluşturma basamağında zorlandıklarını belirtmiştir.

Bu araştırmanın dikkat çeken bulgularından biri, normal gelişim gösteren öğrencilerin alışıldık prizma açınımlarını doğru bir şekilde tanıyabilmelerine rağmen, prizma özelliği taşımayan şekilleri ayırt etmede zorlanmış olmalarıdır. Bu durum, öğrencilerin yalnızca tanıdık şemalara dayalı değil, kavramın temel yapısını anlayarak genelleyici bir bakış geliştirme konusunda yeterince yetkin olmadıklarını düşündürmektedir. RBC+C modeline göre bu süreçte "kullanma (applying)" aşamasının önemi büyüktür. Bulgular, bazı öğrencilerin bu aşamada zorlandığını ve yeni durumlara bilgi transferinde sıkıntı

yaşadığını göstermektedir. Bu da soyutlamanın yalnızca tanıma düzeyinde değil, farklı bağlamlarda da kullanılabilir şekilde içselleştirilmesi gerektiğini göstermektedir (Dreyfus, 2007; Vinner, 1983). Vinner'ın (1983) kavram imgesi ve kavram tanımı ayrımı, bu durumu açıklamada oldukça işe yarar. Öğrencilerin zihinlerinde oluşturdukları imgeler, resmi tanımla çeliştiğinde, kavramları yanlış genellemeleri mümkün hâle gelebilir. Bu nedenle öğretim sürecinde, sadece doğru örnekler üzerinde durmak değil, kavram dışı örneklerin de öğrenciler tarafından analiz edilmesini sağlayacak etkinliklere yer verilmesi önemlidir.

Normal gelişim gösteren öğrencilerin yaşadığı güçlükler, soyutlama sürecinin bireysel bilişsel gelişim, zihinsel temsil yeterliği ve ön bilgi düzeyine bağlı olduğunu göstermektedir. Literatürde de belirtildiği gibi (Dreyfus, 2002), zihinsel temsillerinde eksiklik bulunan öğrenciler soyutlama yaparken genelleme üretememekte ve strateji geliştirmekte zorlanmaktadır. Bu nedenle öğretim sürecinde çoklu temsillere dayalı etkinliklerin önemi büyüktür.

5.1.3. Özel Yetenekli ve Normal Gelişim Gösteren Öğrencilerin Soyutlama Süreçleri Arasındaki Farklara Yönelik Tartışma

Bu araştırmada elde edilen bulgular, özel yetenekli öğrenciler ile normal gelişim gösteren öğrenciler arasında soyutlama sürecinin niteliği açısından belirgin farklılıklar olduğunu ortaya koymuştur. Özellikle soyutlamanın "oluşturma" ve "pekiştirme" basamaklarında dikkat çeken bu fark, öğrencilerin yalnızca doğru cevaba ulaşmalarıyla değil, yanıtlarını nasıl gerekçelendirdikleri ve kavramsal ilişkileri ne düzeyde kurabildikleriyle de kendini göstermiştir.

Özel yetenekli öğrencilerin tamamı oluşturma ve pekiştirme düzeyindeki soruları başarıyla yanıtlamış, ayrıca kavramlar arasında ilişki kurarak gerekçelendirmeler yapmış ve farklı çözüm yolları önermiştir. Buna karşılık, normal gelişim gösteren öğrencilerden yalnızca biri bu iki basamaktaki soruları doğru ve anlamlı biçimde yanıtlayabilmiş; diğer öğrenciler ise kavramları yeniden yapılandırma ve pekiştirme aşamasında zorlanmıştır. Bu durum, soyutlamanın yalnızca tanıma ya da kullanma düzeyinde değil, kavramın daha üst düzey zihinsel süreçlerle yeniden üretildiği basamaklarda farklılaşabildiğini göstermektedir (Dreyfus, 2007; Hershkowitz, 1990).

Aynı zamanda gruplar arası farkların yanında grup içi bireysel farklılıklara da dikkat çekmektedir. Normal gelişim gösteren grubun içindeki bir öğrencinin bu soyutlama

düzeyini gerçekleştirebilmiş olması, bireysel öğrenme geçmişi, bilişsel gelişim düzeyi ve problem çözme stratejilerinin öğrenci başarısında önemli rol oynadığını göstermektedir. Sfard (1991), soyutlamayı bireyin bilgiyi nesne hâline getirerek yeniden yapılandırması süreci olarak tanımlar ve bu sürecin her bireyde aynı hızda ve derinlikte gelişmeyeceğini vurgular. Altaylı (2021) da soyutlamanın ileri basamaklarında öğrenciler arası farkların yalnızca bilişsel yeterliliklerle değil, öğrenme fırsatları ve öz düzenleme becerileriyle de ilişkili olduğunu belirtmiştir.

Bulgular ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin yalnızca doğru yanıt vermekle kalmayıp, anlamlı gerekçeler sunduklarını ve farklı çözüm yolları geliştirdiklerini ortaya koymuştur. Buna karşılık, normal gelişim gösteren öğrencilerin kavramlar arasında ilişki kurmakta ve gerekçelendirme yapmakta zorlandıkları gözlemlenmiştir. Bu durum, literatürde özel yetenekli öğrencilerin kavramsallaştırma, ilişkisel düşünme ve alternatif çözüm yolları üretme açısından akranlarına göre daha ileri düzeyde beceriler sergilediklerini ifade eden çalışmalarla örtüşmektedir (Lee & Sriraman, 2011; Leikin, 2011; Sak, 2014).

Ayrıca, bu farklılığın yalnızca bireysel bilişsel niteliklerden değil, aynı zamanda eğitim ortamlarının yapısından da kaynaklanabileceği düşünülmektedir. VanTassel-Baska ve Brown (2007), özel yetenekli öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin, onlar için özel olarak tasarlanmış zenginleştirilmiş müfredatlarla desteklenebileceğini vurgulamıştır. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde (MEB, 2024) de bu yaklaşım benimsenmiş; özel yetenekli öğrenciler için zenginleştirilmiş öğrenme yaşantıları, normal gelişim gösteren öğrenciler için ise somut materyaller, günlük yaşam bağlamları ve çoklu temsiller önerilmiştir. Araştırmanın bulguları bu anlayışla tutarlıdır.

Bununla birlikte, araştırmada hem özel yetenekli hem de normal gelişim gösteren öğrencilerin hacim bilgisini formülleştirme sürecinde zorlandıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler doğru sonuca ulaşsalar dahi bu bilgiyi cebirsel yapıyla ifade etmekte güçlük yaşamışlardır. Benzer şekilde, Çıldır'ın (2014) çalışmasında da öğrencilerin formülleştirme aşamasında zorlandıkları ve bu becerinin öğretim sürecinde özel olarak desteklenmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Sonuç olarak, özel yetenekli öğrenciler ile normal gelişim gösteren öğrenciler arasındaki fark yalnızca sonuca ulaşma başarılarında değil, soyutlama sürecinin derinliği ve niteliğinde de kendini göstermektedir. Bu bulgular, öğretim süreçlerinin öğrencilerin

soyutlama becerilerini geliştirecek şekilde yapılandırılmasının gerekliliğini ortaya koymaktadır. Özellikle kavramlar arası ilişkilendirme, gerekçelendirme ve farklı temsillerle çalışma gibi etkinliklerin hem özel yetenekli hem de normal gelişim gösteren öğrenciler için zenginleştirici bir rol oynayacağı söylenebilir.

5.1.4. RBC+C Modeli Bağlamında Tartışma

5.1.4.1. Tanıma Eylemine Yönelik Tartışma

Her iki grup öğrencisi de prizmaların temel özelliklerini tanıyabilmiş, ancak özel yetenekli öğrenciler kavramları daha derinlemesine tanımlayıp gerekçelendirebilmiştir. Bu durum, Hisar'ın (2020) çalışmasında öğrencilerin çokgen kavramını tanıma sürecinde sergilediği gelişimle benzerlik göstermektedir. Aramış Barış ve Kula Ünver (2024) de yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin orantı kavramında tanıma eylemlerini daha etkili gerçekleştirdiklerini ifade etmiştir

5.1.4.1. Kullanma Eylemine Yönelik Tartışma

Özel yetenekli öğrenciler prizma yüzey alanı ve hacim bilgisini kullanmada farklı stratejiler geliştirmiş, normal gelişim gösteren öğrenciler ise sınırlı stratejilerle yetinmiştir. Bu bulgu Bayraktar, Aydoğdu ve Tutak'ın (2022) çarpanlar ve katlar konusundaki araştırmasında öğrencilerin kullanma eyleminde güçlük yaşadıkları sonucuyla paralellik göstermektedir. Beyazhançer ve Altun (2023) ise RBC+C modelinin sınıf içi uygulamalarda öğrencilerin matematiksel bilgiyi kullanma süreçlerini görünür kıldığını belirtmiştir.

5.1.4.1. Oluşturma Eylemine Yönelik Tartışma

Normal gelişim gösteren öğrencilerin hacim bilgisini oluşturma sürecinde zorlandıkları; özel yetenekli öğrencilerin ise bilgiyi yeni yapılar içinde daha kolay oluşturabildikleri görülmüştür. Aydın'ın (2022) çalışmasında gerçek yaşam problemleriyle desteklenen öğretimin öğrencilerin oluşturma eylemlerinde olumlu etkiler yarattığı bulunmuştur. Hisar (2020) da çokgenler konusundaki çalışmasında öğrencilerin oluşturma eylemini süreç içerisinde geliştirebildiklerini ortaya koymuştur.

5.1.4.1. Pekiştirme Eylemine Yönelik Tartışma

Her iki grupta da öğrenciler hacim bilgisini formülleştirme ve genelleme aşamasında güçlük yaşamıştır. Bu sonuç, Çıldır'ın (2014) cebirsel kavramlarla ilgili çalışmasındaki

öğrencilerin formülleştirme sürecinde yaşadığı zorluklarla benzerlik göstermektedir. Ayrıca Kılıçoğlu'nun (2020) ders kitapları üzerine yaptığı incelemede soyutlama becerilerinin kitap etkinliklerinde yeterince desteklenmediği ifade edilmiştir.

5.2. Sonuç

Bu araştırma, özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin dikdörtgenler prizması konusundaki soyutlama süreçlerini, RBC+C modeli çerçevesinde karşılaştırmalı olarak analiz etmeyi amaçlamıştır. Tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri üzerinden yürütülen analizlerde, öğrenci grupları arasında özellikle oluşturma ve pekiştirme basamaklarında belirgin farklılıklar gözlemlenmiştir.

Araştırmaya katılan tüm öğrencilerin tanıma ve sınırlı düzeyde kullanma eylemlerini gerçekleştirebildikleri görülmüştür. Ancak soyutlamanın daha üst düzey aşamaları olan oluşturma ve pekiştirme eylemleri, özel yetenekli öğrenciler tarafından daha güçlü bir şekilde gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler, bilgiyi yeniden yapılandırabilmiş, problem çözme süreçlerinde alternatif stratejiler üretebilmiş ve kavramlar arası bağlantı kurarak anlamlı genellemeler yapabilmişlerdir. Bu bulgu, özel yetenekli bireylerin soyutlama sürecinde sadece bilişsel düzeyde değil, stratejik düşünme ve öz-düzenleme açısından da daha gelişmiş olduklarını ortaya koymaktadır.

Normal gelişim gösteren öğrenciler ise daha çok tanıma ve temel düzeyde uygulama yapabilmiş; soyut bilgi üretimi gerektiren sorularda kavramsal karmaşa yaşamışlardır. Ancak bu grup içinde bireysel farklılıkların olduğu da dikkate değerdir. Bazı öğrenciler, beklenenden daha üst düzey bir soyutlama becerisi sergileyerek, öğrenme fırsatlarının ve bilişsel gelişimin her bireyde farklılaştığını ortaya koymuştur.

Araştırmanın bulguları, soyutlamanın öğrenciler için sadece tanım yapma veya bilgi hatırlama değil; bilgi üretme, ilişkilendirme, transfer etme ve genelleştirme gibi çok boyutlu bilişsel süreçleri içerdiğini göstermektedir. Bu nedenle, öğrenme ortamlarının, özellikle oluşturma ve pekiştirme gibi üst düzey soyutlama eylemlerini destekleyecek şekilde kurgulanması önem taşımaktadır. Bu doğrultuda, öğrenme sürecinde sadece pozitif örneklerin değil, negatif örneklerin de ele alınması, öğrencilerin kavramları sınırlarıyla birlikte anlamlandırmalarını sağlayabilir.

Elde edilen sonuçlar, öğretim programlarının bireysel farklılıklara duyarlı, kavram inşasını önceliklendiren ve üst düzey bilişsel becerileri geliştirmeye yönelik stratejilerle desteklenmesinin gerekliliğini vurgulamaktadır. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde yer alan bireyselleştirilmiş öğrenme yaklaşımıyla örtüşen bu bulguların, sınıf içi uygulamalara ve öğretmen eğitimine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

5.3. Öneriler

5.3.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler

- Sınıf içinde, özellikle normal gelişim gösteren öğrencilerin zihinsel temsillerini güçlendirebilmesi için somut materyallerle desteklenmiş öğrenme ortamları oluşturulabilir.
- Ders kitaplarında yer alan etkinliklerin kurgulanmasında RBC+C modeli kapsamında epistemik eylem basamakları dikkate alınabilir.
- Öğretimi zenginleştirmek amacıyla soyutlama süreçleri sistematik olarak planlanabilir ve öğretim sürecine entegre edilebilir.
- Öğretmenlerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini fark edebilmeleri için hizmet içi eğitimlerde RBC+C modeli temelli örnek olaylarla çalışılması önerilebilir.
- Negatif örneklerin (örneğin eksik veya hatalı açınımlar) öğretim sürecine dahil edilmesiyle, öğrencilerin kavramları yalnızca doğru örneklerle değil, sınır durumlarıyla da öğrenmeleri desteklenebilir.
- Öğrencilerin hacim bilgisi gibi kavramları formülleştirme sürecinde yaşadıkları zorluklar dikkate alınarak, aşamalı öğretim stratejileri (örüntü oluşturma, tablo kullanımı vb.) geliştirilebilir.
- Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde özel yetenekli öğrenciler için önerilen zenginleştirilmiş öğrenme yaşantılarına yönelik sınıf içi uygulamalar geliştirilebilir.

5.3.2. Gelecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

- Öğretmenlerin epistemik eylem basamakları hakkındaki bilgi düzeylerini ve bu bilgilerin öğretim sürecine etkilerini inceleyen nitel ve nicel araştırmalar yapılabilir.

- Somut materyal kullanımının özel yetenekli ve normal gelişim gösteren öğrencilerin soyutlama süreçlerine etkisi deneysel çalışmalarla karşılaştırmalı olarak incelenebilir.
- Bilginin oluşturulması ve pekiştirilmesi süreçlerinde özellikle normal gelişim gösteren öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. Bu süreçleri derinlemesine ele alan araştırmalara ihtiyaç duyulmaktadır.
- Bu çalışma Yozgat ili Sorgun ilçesinde, sınırlı sayıda katılımcı ile yürütülmüştür. Farklı sosyo-kültürel bölgelerde, daha geniş örneklemlerle benzer çalışmalar yapılabilir.
- Bu çalışmada var olan durumu ortaya koymak amacıyla çalışma kağıdı ve odaklı görüşmeler kullanılmıştır. Gelecek çalışmalarda soyutlamayı destekleyen öğretim müdahaleleri planlanarak deneysel tasarımlar oluşturulabilir.
- Çalışma, 2018 Matematik Öğretim Programı çerçevesinde yürütülmüştür. Yeni Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında, farklı sınıf düzeylerinde ve farklı konu alanlarında soyutlama süreçleri yeniden incelenebilir.
- Özel yetenekli öğrencilerin, daha önce öğrenmedikleri bir konunun (dikdörtgenler prizmasının hacmi) soyutlamasını yapabildikleri gözlemlenmiştir. İlerleyen çalışmalarda bu öğrencilerin daha üst sınıf düzeylerine ait konuları nasıl soyutladıkları araştırılabilir.
- Soyutlama süreçleri ile öğrencilerin öz düzenleme becerileri arasındaki ilişki, özellikle özel yetenekli bireylerde derinlemesine incelenebilir.

6. KAYNAKÇA

Akdemir, A. B., & Kılıç, A. (2021). Nitel makalelerin yöntem analizi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 8(2), 486–502. https://doi.org/10.21666/muefd.834707

Aksoy, Y., & Kılıç, C. (2022). Bir soyutlama süreci: RBC+C ile ilgili alanyazının tematik analizi. *Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 15(2), 85–102.

Altaylı Özgül, D. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesi: RBC+C modeli [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Altun, M., & Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi,* 41(2), 237-271.

Altun, M., & Durmaz, B. (2013). Doğrusal ilişki bilgisini oluşturma süreci üzerine bir durum çalışması. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 26(2), 423-438.

Altun, M. (2022). *İlköğretim ikinci kademe (5–8. sınıflar) için matematik öğretimi*. Alfa Aktüel Yayınları.

Arnon, I., Nesher, P. ve Dreyfus, T. (2014). The conceptual consolidation process in mathematics learning. ZDM – *Mathematics Education, 46(1), 93–104.*

Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 70*(2), 97-109.

Aydın, E. (2022). Gerçek yaşam problemleriyle desteklenen matematik öğretiminin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine etkisi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *42*(3), 1933–1960.

Barış, Z. F. A., & Ünver, S. K. (2024). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin RBC+ C Modeli Bağlamında Orantı Kavramına İlişkin Bilgi Oluşturma Süreçleri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20*(3), 490-510.

Battista, M. T., & Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(3), 258-292.

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning/National Council of Teachers of Mathematics*.

Baxter, P., & Jack, S. (2008). Qualitative case study methodology: Study design and implementation for novice researchers. *The Qualitative Report, 13*(4), 544–559. https://doi.org/10.46743/2160-3715/2008.1573

Baykul, Y. (2019). *İlköğretimde matematik öğretimi (14. baskı).* Pegem Akademi.

Bayraktar, M., Aydoğdu, M., & Tutak, T. (2022). Ortaokul öğrencilerinin bilişsel süreç basamaklarının incelenmesi: RBC+C modeli. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori ve Uygulama, 13*(25), 122–146.

Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1988). The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal, 25*(1), 51-71.

Ben-Haim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes: Analyzing and effecting students' performance. *Educational studies in Mathematics, 16*(4), 389-409.

Beyazhançer, R., & Altun, M. (2023). Bir soyutlama süreci; RBC+ C ile ilgili alanyazının tematik analizi. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi, 6*(3), 244-264.

Bütüner, **N.** (2024). *5. sınıf öğrencilerinin prizma yüzey alanı bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelenmesi* [Yüksek lisans tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2017). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (23. baskı). Pegem Akademi.

Celebioglu, B., & Yazgan, Y. (2015). The investigation OF fourth graders' construction process OF fractional multiplication using RBC+ C model. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 197,* 316-319.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge.

Coşar, M. Ç**.** (2021). *Öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerinin incelenmesi* [Doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Coşar, M. Ç., & Keşan, C. (2021). Self-regulation behaviours of a gifted student in mathematical abstraction process. *Turkish International Journal of Special Education and Guidance & Counselling*, 10(2), 152–168.

Creswell, J. W. (2013). Steps in conducting a scholarly mixed methods study. *DBER Speaker Series, 48*. University of Nebraska-Lincoln. https://digitalcommons.unl.edu/dberspeakers/48

Çildir, M. (2014). A special Case Study on the concept of equation with two gifted students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 116,* 2650-2654.

Davydov, V. V. (1990). Types of Generalization in Instruction: Logical and *Psychological Problems in the Structuring of School Curricula*. Reston: NCTM.

Demir, M. K., & Gür, H. (2020). Teknoloji destekli öğrenme ortamlarında parabol kavramının soyutlanması sürecinin incelenmesi. *Bogazici University Journal of Education, 37*(2), 3-35.

Dintarini, M., Fuad, Y., & Budiarto, M. T. (2024). Examining undergraduate students' abstraction of conic sections in a dynamic geometry environment. *Journal on Mathematics Education*, *15*(3), 717-734.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 195–222.

Dreyfus, T. (2002). Advanced mathematical thinking processes. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 353–365). Routledge.

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *The Journal of Mathematical Behavior, 23*(3), 271-300.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2006). The construction of abstract knowledge in interaction. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková

(Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 377–384).

Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context: The nested epistemic actions model* [Yayımlanmamış el yazması]. Tel Aviv University.

Duatepe, A., & Akkuş-Çıkla, O. (2004). The attitudes towards teaching professions of in-service and pre-service primary school teachers. *Pedagogika, 70,* 61-65.

Ekiz, D. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (6. baskı). Anı Yayıncılık.

Elias, D., & Dreyfus, **T.** (2022). High school students constructing knowledge about convergence and limits. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA, 41*(2), 167–180. https://doi.org/10.1093/teamat/hrab029

Ergan, S. N. (2021). *RBC+C modeli ve ilkokul matematik eğitimi araştırmalarında kullanımı.* M. Arlı (Ed.), Akademik Araştırmalar 2021 Cilt 2 (ss. 73–84). Çizgi Kitabevi.

Eroğlu, E**.** (2021). *Yedinci sınıf öğrencilerinin merkezi eğilim ölçüleri konusuna ilişkin bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Gagné, F. (2005). From gifts to talents. *Conceptions of giftedness, 2,* 98-119.

Güler, G., & Arslan**,** C. (2017). Lise, lisans ve yüksek lisans öğrencilerinin üçgende benzerlik bilgisinin soyutlanma süreçlerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 11*(1), 1–28.

Güler, E., & Altun, M. (2021). Ortaokul öğrencilerinin prizma kavramına yönelik yapılandırma süreçleri. *Matematik Eğitim Araştırmaları Dergisi,* 9(1), 67–88.

Gür, E. Ş., & Uyar Düldül, B. (2025). Investigation of gifted students' abstraction processes for constructing the area formula of a circle with the RBC+C model. *International Journal of Educational Studies in Mathematics, 12*(1), 49–72.

Hasar, B. (2019). *Farklı matematiksel motivasyon düzeylerine sahip 6. sınıf öğrencilerinin tam sayılar alt öğrenme alanındaki bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Hershkowitz, R. (1990**).** Psychological Aspects of Learning Geometry. In *Mathematics and Cognition* (pp. 70–95). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139013499.006

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195–222.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). In Hiebert, J. *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis*.

Hisar, F. M. (2020). *Yedinci sınıf çokgenler konusunda 5E öğrenme döngüsüne göre epistemik eylemlerin RBC soyutlama modeliyle incelenmesi* [Doktora tezi], Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

IEA. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/

Kaplan, A., & Açıl, E. (2015). Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*(2), 313–332. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/147632

Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi, 1*(1), 62–80.

Karataş-Güler, E., & Ulusoy, F. (2025). Üstün yetenekli bir lise öğrencisinin bölünebilme kurallarını soyutlama süreci. *Kastamonu Education Journal, 33(1), 1–16.*

Kılıçoğlu, G. (2020). Ortaokul öğrencilerinin orantı problemlerini çözme süreçlerinin modellenmesi: RBC+C modeli. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *40*(3), 1285–1314.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* National Academy Press.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in school children. *The University of Chicago*.

Lee, K. H., & Sriraman, B. (2011). Conjecturing via reconceived classical analogy. *Educational studies in mathematics*, *76*(2), 123-140.

Leikin, R. (2011). The education of mathematically gifted students: Some complexities and questions. *The Mathematics Enthusiast*, *8*(1), 167-188.

Leikin, R., Leikin, M., Paz-Baruch, N., Waisman, I., & Lev, M. (2017). On the four types of characteristics of super mathematically gifted students. *High Ability Studies, 28*(1), 107–125.

Memnun, D. S., & Altun, M. (2012). RBC+ C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *1*(1), 17-37.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5–8. sınıflar).* Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. https://mufredat.meb.gov.tr/

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli: Matematik öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

OECD. (2023). *PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education*. OECD Publishing. https://www.oecd.org/en/publications/pisa-2022-results-volume-i_53f23881-en/full-report.html

Okuyucu, Ü., & Erdoğan, E. Ö. (2021). Altıncı Sınıf Matematik Dersinde Materyal Destekli Bir Öğretim Ortamında Hacim Kavramına Giriş. *International Journal of Educational Studies in Mathematics, 8*(2), 77-97.

Okuyucu, İ. (2022). *Ortaokul öğrencilerinin dikdörtgenler prizmasının alan ve hacim bağıntılarını oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Özdemir, A., & Güveli, E. (2021). Ortaokul matematik ders kitabı etkinliklerinde soyutlama becerisinin incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17(1), 110–128.*

Özmantar, M. F., & Bingölbali, E. (2009). Öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenme güçlükleri: Kavramsal bir çerçeve. In M. F. Özmantar, E. Bingölbali, & H. Akkoç

(Eds.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* (ss. 1–20). Pegem Akademi.

Özçakır Sümen, Ö. (2019). Primary school students' abstraction levels of whole-half-quarter concepts according to RBC theory. *Journal on Mathematics Education*, 10(2), 251-264.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel Araştırma ve Değerlendirme Yöntemleri* (3. baskı). Pegem Akademi.

Piaget, J. (2008). Intellectual evolution from adolescence to adulthood. *Human Development*, 51(1), 40–47.

Piaget, J., & Garcia, R. (1989). Psychogenesis and the History of Science. Columbia University Press.

Sak, U. (2014). *Üstün zekâlılar: Özellikleri, tanılanmaları, eğitimleri*. Vize Yayıncılık.

Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 1–36.

Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational studies in mathematics*, *46*(1), 13-57.

Sheffield, L. J. (1994). *Developing mathematically promising students*. National Council of Teachers of Mathematics.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), 20-26.

Subotnik, R. F., Olszewski-Kubilius, P., & Worrell, F. C. (2011). Rethinking giftedness and gifted education: A proposed direction forward based on psychological science. *Psychological science in the public interest*, *12*(1), 3-54.

Şimşekler, Z. H. (2017). *Özel yetenekli çocuklarda matematiksel soyutlama* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Tez No: 487363.

Tabach, M., Hershkowitz, R., Rasmussen, C., & Dreyfus, T. (2014). Knowledge shifts and knowledge agents in the classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, *33*, 192-208.

Taghisoylu, R. (2024). Nitel bir araştırma tekniği olarak: Durum çalışması. *Social Mentality and Researcher Thinkers Journal, 6*(33), 1161–1167.

Tomlinson, C. A. (2014). *The differentiated classroom: Responding to the needs of all learners*. Ascd.

Toptaş, V. (2008). Geometri öğretiminde sınıfta yapılan etkinlikler ile öğretme-öğrenme sürecinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, *7*(1), 91-110.

Trpin, A. (2024). Teaching gifted students in mathematics: A literature review. *International Journal of Childhood Education, 10(1), 28–35.*

Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2005). How fragile is consolidated knowledge?: Ben's comparisons of infinite sets. *The Journal of Mathematical Behavior*, *24*(1), 15-38.

Ulusoy, Ç. A. (2020). Effects of number sense-based instruction on sixth-grade students' self-efficacy and performance. *Education and Science, 45*(202), 247–266.

Umland, K., & Sriraman, B. (2014). Argumentation in mathematics. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 44–46). Springer.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press.

VanTassel-Baska, J., & Brown, E. F. (2007). Toward best practice: An analysis of the efficacy of curriculum models in gifted education. *Gifted child quarterly*, *51*(4), 342-358.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *14*(3), 293-305.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner & E. Souberman, Eds.). Harvard University Press. https://archive.org/details/levs.vygotskymindinsocietythedevelopmentzlib.org/page/n15/mode/2up

Yakar, E. A., & Yılmaz, S. (2020). Evaluation of the mathematical thinking processes of a gifted and 4th grade student on geometry. *TIJSEG*, 9(2), 67–83.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education*, *27*(4), 458-477.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Doktora tezi], Dokuz Eylül Üniversitesi. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi. (Tez Numarası: 206024)

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (10. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Yılmaz, D. (2014). *Ortaokul 5. sınıf matematik dersi geometrik cisimler öğretiminde, matematik oyunları kullanımının öğrenci başarısı ve tutumuna etkisi* [Yüksek lisans tezi], Gazi Üniversitesi.

EKLER

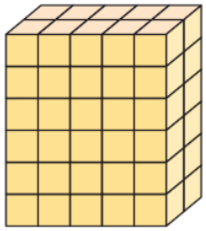
Ek-1 Çalışma Kağıdı

1.BÖLÜM

1.SORU

- Yukarıda verilen nesnelerin ortak özellikleri nelerdir?
- Bu nesneler hangi geometrik cisme benziyor? Neden?

2.SORU

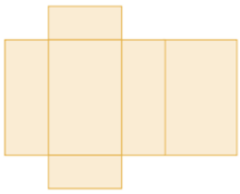


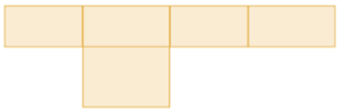
- Yukarıda verilen geometrik cismin adı nedir?
- Yukarıda verilen geometrik cismin yüksekliği neresidir? Yüksekliğin kaç birim olduğunu yazınız.
- Yukarıda verilen geometrik cismin ayrıtları neresidir? Ayrıtlarının uzunluklarını yazınız
- Yukarıda verilen geometrik cismin yüzleri hangi çokgenlerden oluşmaktadır. Açıklayınız.

3.SORU

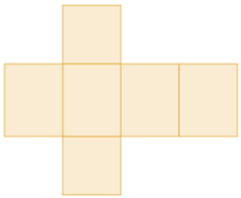
Aşağıda açınımı verilen geometrik cisimlerin adlarını altlarına yazınız.

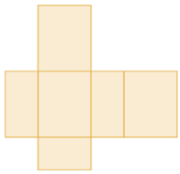
a) **b)**





c) d)

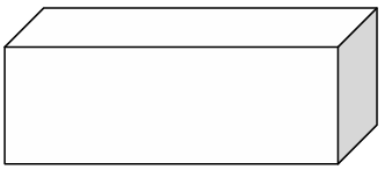




4.SORU

Aşağıdaki kareli kağıda bir kare kare prizma açınımı oluşturunuz.

5. SORU



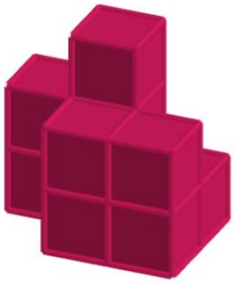
Yan verilen kare prizma şeklindeki kutunun taban ayrıtı 2 dm ve yüksekliği 6 dm dir. Bu kutunun yüzeylerini kaplamak için kaç dm^2 kağıt gereklidir?

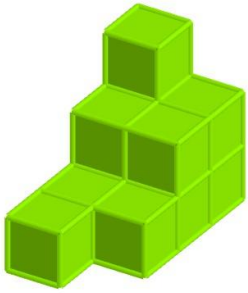
A)56 **B) 48** **C) 52** **D) 60**

2.BÖLÜM

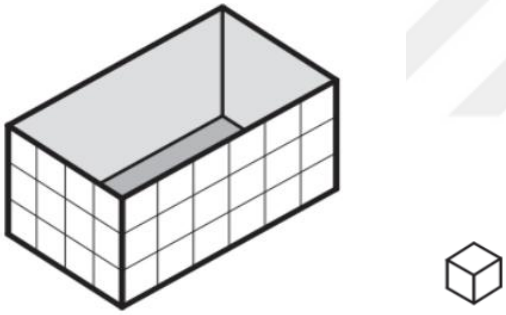
1.SORU

Aşağıda verilen yapıların oluşturulmasında kaç tane birim küp kullanılmıştır hesaplayınız. Altlarına yazınız.





2. SORU



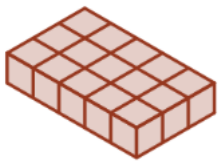
- Yukarıdaki kutunun içini yanda verilen birimküplerle tamamen doldurmak istediğimizde kaç tane birimküpe ihtiyacımız vardır? Açıklayınız.

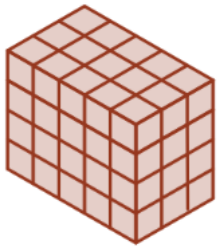
- Yukarıda verilen kutunun içinin kaç tane birimküple doldurulacağını (yani hacmini) hesaplamak için kullandığınız kısa yol var mıdır? Açıklayınız.

- Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplamak için bir formül oluşturabilir misin?

3. SORU

Aşağıda verilen prizmaların hacimlerini birimküp cinsinden hesaplayınız? Altlarına yazınız.

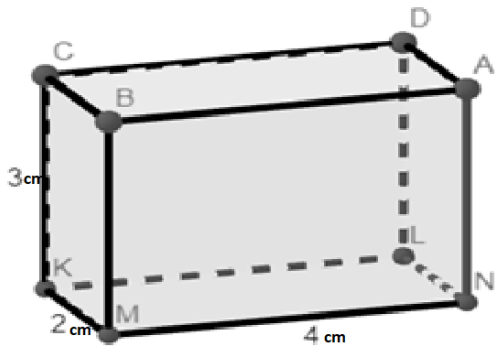




4.SORU

Ali Bey, ayrıt uzunlukları 20 cm, 5 cm ve 10 cm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki şeker kutusunun içini, küp şekerlerle doldurmak istiyor. Ali Bey, şeker kutusunun içine, ayrıt uzunluğu 1 cm olan küp biçimindeki küp şekerlerden en fazla kaç tane yerleştirebilir? (Şekerler kabın dışına taşmayacaktır.)

5.SORU: Aşağıda verilen prizmanın hacmini santimetreküp cinsinden hesaplayınız?



6. SORU

Hacmi 18 birimküpten oluşan bir dikdörtgenler prizması inşa edebilir misin? Oluşturacağın prizmanın eni boyu ve yüksekliği kaç birimdir?

Ek-2 Yarı YapılandırılmışGörüşme Formu

YARI YAPILANDIRILMIŞ GÖRÜŞME FORMU

1. Bu soru hakkında ne düşünüyorsun?

2. Yaptığın işlemleri açıklar mısın?

3. Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin?

4. Sonuca ulaşırken hangi bilgileri kullandığını düşünüyorsun?

5. Bulduğun cevaptan ne kadar emindin? Neden?

6. Bu soruya farklı bir çözüm yolu düşünülebilir mi? Aklına başka yöntem geliyor mu?

7. Sence bu soru hangi matematiksel kavramlarla ilişkili?

Ek-3 Etik İzin Belgesi

T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU
BAŞVURU DEĞERLENDİRME FORMU

	ARAŞTIRMANIN ADI	ÖZEL YETENEKLİ VE NORMAL GELİŞİM GÖSTEREN ÖĞRENCİLERİN SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: RBC+C MODELİ
	ARAŞTIRMANIN TÜRÜ	☐ Anket/Ölçek/Skala Çalışması ☐ Gözlemsel Çalışma ☒ Niteliksel Çalışma ☐ Diğer
	GELEN EVRAK SAYISI ve TARİHİ	22.10.2024 tarihli ve 262675 sayılı yazınız.
	YÜRÜTÜCÜ/DANIŞMAN (Unvan, Ad-Soyad, Kurum, Bölüm)	Doç. Dr. Suphi Önder BÜTÜNER Yozgat Bozok Üniversitesi – Eğitim Fakültesi
	ARAŞTIRMACILAR (Unvan, Ad-Soyad, Kurum, Bölüm)	Meltem MURAT / Sorgun Bilsem Matematik Öğretmeni

KARAR BİLGİLERİ

KARAR NO: 19/25	**TARİH: 21.11.2024**

Yukarıda bilgileri verilen Etik Kurulu başvuru dosyası ile ilgili belgeler araştırmanın gerekçe, amaç, yaklaşım ve yöntemleri dikkate alınarak incelenmiş çalışmanın başvuru dosyasında belirtilen merkezlerde gerçekleştirilmesinde etik sakınca **bulunmadığına** oybirliği ile karar verildi.

Değerlendirme Sonucu		
☒	Uygundur	
☐	Düzeltme gereklidir (Açıklayınız)	
	☐ Düzeltmeleri görmek istiyoruz	☐ Düzeltmeleri görmemize gerek yok
☐	Uygun değildir (Açıklayınız)	
Açıklama		

ÇALIŞMA ESASI	Yozgat Bozok Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Yönergesi

SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU ÜYELERİ

KYT-FRM-160/00