T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

F-AÇILIM METODU VE SCHRÖDİNGER KDV DENKLEMİNİN YENİ TAM ÇÖZÜMLERİ

MELİKE BELGİN ÜNAL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman: Prof. Dr. Abdullah SÖNMEZOĞLU

AĞUSTOS – 2023

YOZGAT

T.C.

YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

F-AÇILIM METODU VE SCHRÖDİNGER KDV DENKLEMİNİN YENİ TAM ÇÖZÜMLERİ

MELİKE BELGİN ÜNAL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman: Prof. Dr. Abdullah SÖNMEZOĞLU

AĞUSTOS – 2023

YOZGAT

	YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ **LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ** **LİSANSÜSTÜ TEZ ONAY FORMU**

T.C.

YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

Enstitümüzün Matematik Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı 70111320010 numaralı öğrencisi Melike Belgin Ünal'ın hazırladığı "**F-açılım metodu ve Schrödinger KdV denkleminin yeni tam çözümleri** "başlıklı tezi ile ilgili tez savunma sınavı, Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri gereğince 25/08/2023 Cuma günü saat 14.00'te yapılmış, tezin onayına oy birliği ile karar verilmiştir.

Başkan **:** Prof. Dr. Akın Osman ATAGÜN

Jüri Üyesi **:** Prof. Dr. Abdullah SÖNMEZOĞLU

(Danışman)

Jüri Üyesi **:** Dr. Öğr. Üyesi Gökhan ÇELEBİ

ONAY:

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulu'nun ……../……../….. tarih ve …… sayılı Enstitü Yönetim Kurulu Kararı ile onaylanmıştır.

…...../……../.....

Prof. Dr. Hasan Güner BERKANT

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

TEZ BEYANI

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan eder, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

MELİKE BELGİN ÜNAL

25/08/2023

ÖNSÖZ

Tez çalışmamda planlanmasında, araştırılmasında, yürütülmesinde ve oluşumunda ilgi ve desteğini esirgemeyen, engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım sayın hocam Prof. Dr. Abdullah Sönmezoğlu'na, tezi inceleyerek değerli yorumlarıyla teze katkı sağlayan Doç. Dr. Mehmet EKİCİ hocama, teknik konularda yardımlarını esirgemeyen Dr. Öğr. Üyesi Gökhan ÇELEBİ hocama ve tüm eğitim hayatım boyunca benden maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen her zaman yanımda olan sevgili aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

MELİKE BELGİN ÜNAL

15/08/2023

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

F-AÇILIM METODU VE SCHRÖDİNGER KDV DENKLEMİNİN YENİ TAM ÇÖZÜMLERİ

MELİKE BELGİN ÜNAL

YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI: PROF. DR. ABDULLAH SÖNMEZOĞLU

F-açılım yöntemi, lineer olmayan gelişim denklemlerini tam çözümlerini araştırmak için önerilmiştir. Sembolik hesaplama yardımıyla önerilen yöntemin geçerliliği ve avantajlarını göstermek için bir kaynakla birlikte Schrödinger KdV denklemi seçilmiştir. Weierstrass eliptik fonksiyon çözümlerle birlikte birçok Jacobi- eliptik fonksiyon çözümler elde edilmiştir. Jacobi- eliptik fonksiyon modülü m sırasıyla bir ve sıfıra yaklaştığında soliton benzeri çözümler ve trigonometrik fonksiyon çözümler elde edilmiştir. Önerilen yöntem, matematiksel fizikteki lineer olmayan gelişim denklemleri için basit, kısa, umut verici ve güçlü bir yöntemdir. Solitonların dinamikleri yeni modellenen Kudryashov denklemi ile F-açılım metodu yardımıyla ortaya konmaktadır. Böylece bu metottan ortaya çıkan kompleksiton çözümlerle birlikte parlak, koyu ve tekil soliton çözümler sunulmaktadır. Ayrıca solitonlar için varlık kriterleri sıralanmaktadır.

2023, xi + 37 Sayfa

Anahtar Kelimeler: F-açılım metodu, Schrödinger KdV denklemi, Soliton, Jacobi-eliptik fonksiyon, Kudryashov denklem

ABSTRACT

MASTER THESIS

F-EXPANSION METHOD AND NEW EXACT SOLUTIONS OF THE SCHRODINGER-KDV EQUATION

MELİKE BELGİN ÜNAL

YOZGAT BOZOK UNIVERSITY
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

SUPERVISOR: PROF. DR. ABDULLAH SÖNMEZOĞLU

F-expansion method is proposed to seek exact solutions of nonlinear evolution equations. With the aid of symbolic computation, we choose the Schrödinger-KdV equation with a source to illustrate the validity and advantages of the proposed method. A number of Jacobi-elliptic function solutions are obtained including the Weierstrass-elliptic function solutions. When the modulus m of Jacobi-elliptic function approaches to 1 ve 0, soliton like solutions and trigonometric function solutions are obtained, respectively. The proposed method is a straightforward, short, promising, and powerful method for the nonlinera evolution equations in mathematical physics. The dynamics of solitons, with newly modeled Kudryashov's equation, is revealed in this study by the aid of F-expansion scheme. Thus, bright, dark and singular solitons emerged from it as well as complexiton solutions are presented. The sustaining criteria for the solitons are also enumerated.

2023, xi + 37 Pages

Keywords: F-expansion method, Schrödinger KdV equation, Soliton, Jacobi-elliptic function, Kudryashov's equation

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZ ONAY SAYFASI....ii

TEZ BEYANI....iii

ÖNSÖZ....iv

ÖZET....v

ABSTRACT....vi

İÇİNDEKİLER....vii

SİMGELER VE KISALTMALAR....ix

1. GİRİŞ....1

2. F-AÇILIM METODU VE SCHRÖDİNGER KDV DENKLEMİNİN YENİ TAM ÇÖZÜMLERİ....3

2.1. F-Açılım Metodu....3

2.2. KdV Schrödinger denkleminin tam Jakobiyen-eliptik fonksiyon çözümleri....3

2.3. Schrödinger KdV denkleminin Weierstrass-eliptik fonksiyon çözümleri....19

2.4 Jacobi eliptik fonksiyonlar ile hiperbolik ve trigonometrik fonksiyonlar arasındaki ilişki....21

2.5. Schrödinger KdV denkleminin soliton çözümleri....22

2.6. Schrödinger KdV denkleminin trigonometrik fonksiyon çözümleri....24

3. F–AÇILIM METODUYLA KUDRYASHOV DENKLEMİNE OPTİK SOLİTONLAR....26

3.1. Ana Model....26

3.2. Ön Bilgiler....26

3.2.1 F-Açılım Şeması....27

3.2.2 Jacobı eliptik fonksiyon çözümler....28

Sayfa

3.2.3 Weierstrass eliptik fonksiyon çözümler……...……. 34

3.2.4 Solitonlar ve diğer çözümler……. 36

3.2.5. Trigonometrik fonksiyon çözümler……..39

4. SONUÇLAR…….....41

5. KAYNAKLAR…….....42

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	**Açıklamalar**
$\boldsymbol{\alpha}$	**:** Alfa
$\boldsymbol{\beta}$	**:** Beta
$\boldsymbol{\theta}$	**:** Teta
$\boldsymbol{\lambda}$	**:** Lambda
$\boldsymbol{\varphi}$	**:** Phi
$\boldsymbol{\kappa}$	**:** Kappa
$\boldsymbol{\omega}$	**:** Omega
$\boldsymbol{\sigma}$	**:** Sigma
$\boldsymbol{\eta}$	**:** Eta
$\boldsymbol{\xi}$	**:** Ksi
$\boldsymbol{\varepsilon}$	**:** Epsilon

Kısaltmalar	**Açıklamalar**
KE	**:** Kudrashyov denklemi
KdV	**:** Korteweg-De Vries
NLS	**:** Nonlineer Schrödinger
sn	**:** Eliptik sinüs fonksiyonu
cn	**:** Eliptik kosinüs fonksiyonu
dn	**:** Üçüncü tip eliptik fonksiyon
$\wp$	**:** Weierstrass eliptik fonksiyonu

1. GİRİŞ

Lineer olmayan gelişim denklemleri, akışkanlar dinamiği, plazma fiziği, hidrodinamik gibi alanlar, katı hal fiziği, optik fiberler ve akustik gibi birçok bilimsel ve mühendislik alanındaki karmaşık fenomenleri tanımlamak için yaygın olarak kullanılır. Bu yüzden bu tür lineer olmayan evrim denklemlerinin çözümünü bulmak önemlidir. Bununla Lineer olmayan birlikte, lineer olmayan evrim denklemlerinin çözümlerin belirlenmesi çok zor bir iştir ve sadece belirli durumlarda kesin çözümler elde edilebilir. Son zamanlarda lineer olmayan gelişim denklemlerinin tam çözümünü elde etmek için birçok etkili yöntemler önerildi. Bunlar; ters saçılma yöntemi (Ablowitz ve Clarkson, 1991), Backlund dönüşüm yöntemi (Wadati, 1975), Hirota çift doğrusal şeması (Hirota, 1971)], Painlev açılımı (Weiss vd., 1982), homotopi pertürbasyon yöntemi (He, 2005) ,homojen denge yöntemi (Wang, 1996), varyasyon yöntemi (He, 2004), tanh işlevi yöntemi (Malfliet, 1992), deneme işlevi ve sinüs-kosinüs yöntemi (Wazwaz, 2003), $\frac{G'}{G}$ -genişletme yöntemi (Wang, 2008), deneme denklemi yöntemi (Liu, 2005), yardımcı denklem yöntemi (Kangalgil ve Ayaz, 2008), Jacobian-eliptik fonksiyon yöntemi (Liu, 2001), F-açılım yöntemi (Chen ve Zhang, 2004) ve Exp-fonksiyonu yöntemi (He ve H, 2006).

Bu bölümde aşağıda (1.1) denklemiyle verilen Shrödinger - KdV denklemine 52 tip tam çözüm elde etmek için F-açılım metodu uygulanacaktır. Bu çözümlerden 6 tanesi Weierstrass eliptik çözümken geri kalan Jacobi eliptik fonksiyon çözümlerdir.

$$iu_t = u_{xx} + uv, \quad v_t + 6vv_x + v_{xxx} = (|u^2|)_x \tag{1.1}$$

Yukarıda bahsedilen metotlar arasında, yardımcı denklem metodu (Kangalgil ve Ayaz, 2008), aşağıda verilen yürüyen dalga çözümlerin kabulüne dayanır.

$$u(\eta) = \sum_{i=0}^{n} a_i z^i(\eta), \quad \eta = \alpha(x - \beta t) \tag{1.2}$$

Burada $z(\eta)$ aşağıdaki denklemi sağlar:

$$\left(\frac{dz}{d\eta}\right)^2 = az^2 + bz^3 + cz^4 \tag{1.3}$$

Burada a, b ve c keyfi reel sabitlerdir. (1.3) denklemi yardımıyla (Kangalgil ve Ayaz, 2008) da birçok tam çözümler elde edilmesine rağmen, tüm bu çözümler sadece hiperbolik ve trigonometrik fonksiyonlar cinsinden ifade edildi. Jacobi-eliptik ve Weierstrass-eliptik fonksiyonlar cinsinden daha genel tam çözümlere sahip olan yardımcı denklem önerildi. Bu

bölümde (Kangalgil ve Ayaz, 2008) daki çalışmanın genelleştirilmesi istenmektedir. Jacobi-eliptik ve Weierstrass-eliptik fonksiyonlar cinsinden daha genel tam çözümlere sahip olan yardımcı denklem önerildi. Ayrıca, Jacobi-eliptik fonksiyonların modülü sırasıyla bir ve sıfıra yaklaşırken hiperbolik ve trigonometrik fonksiyonlar cinsinden birçok tam çözüm elde edilebilir:

Kıtalar arası mesafelerde soliton yayılımı için yeni önerilen bir kırılma indisi yasası, Kudrashyov'un denklemi (KE) ile modellenmiştir (Kudrashyov, 2019). Bu teorik bir önerme olsa da, bu tür bir kırılma indisi formuna sahip deneysel sonuçlar beklemededir. Teorik açıdan bu modelle şimdiye kadar sürekli bir başarı elde edildi. Bazı ön sonuçlar zaten rapor edilmiş iken (Kudrashyov, 2019), bu bölüm, F-açılım şemasıyla ilgili denklemi ele almaktadır. Detaylandırılacağı gibi, şemadan parlak, karanlık ve tekil soliton çözümleri ortaya çıkar. Daha sonra kompleksiton çözümler ortaya çıkar. Periyodik dalgalar ile birlikte Weierstrass eliptik fonksiyonlar cinsinden ek çözümler de görünür hale gelir. Bunların hepsi, bu güçlü şemadan eksiksiz bir çözüm yelpazesi elde etmek için listelenmiştir. Kudrayshov denklemine uygulanan metodolojinin detayları, bölümün geri kalan kısmında resmedilmiştir.

Çalışmanın kalan kısmı aşağıdaki gibi düzenlenecektir. 2. bölümde, lineer olmayan gelişim denklemleri için yardımcı denklem yöntemi (F-açılım yöntemi) kısaca açıklanacaktır. 2. bölümde önerilen yöntem kullanılarak Jacobi eliptik ve Weierstrass eliptik fonksiyon çözümler sırasıyla 2. ve 3.bölümde sunulmuştur. Soliton benzeri çözümler ve trigonometrik fonksiyon çözümleri sırasıyla 2. ve 3. bölümde listelenmiştir. Bazı sonuçlar 4. bölümde verilmektedir.

2. F-AÇILIM METODU VE SCHRÖDİNGER KdV DENKLEMİNİN YENİ TAM ÇÖZÜMLERİ

2.1. F-açılım Metodu

x, t bağımsız değişken, u bağımlı değişken olmak üzere bir lineer olmayan kısmi diferansiyel denklem aşağıdaki gibi verilsin:

$$N(u, u_x, u_t, u_{xx}, \dots) = 0 \tag{2.4}$$

$\xi = x + ct$ olmak üzere $u(x,t) = U(\xi)$ kabul edilsin. Bu yolla lineer olmayan kısmi türevli (2.4) denklemi

$$N(U, U', cU', U'', \dots) = 0 \tag{2.5}$$

adi diferansiyel denklemine indirgenir. Bu denklemin

$$U(\xi) = \sum_{i=0}^{m} a_i F^i(\xi) \tag{2.6}$$

şeklinde çözümü incelenecektir. Burada a_i,belirlenen sabitler ve m ise (2.5) denklemindeki en yüksek dereceden lineer olmayan terimlerle en yüksek merteben türev terimleri balans edilerek belirlenir. (2.6) denklemindeki $F(\xi)$, aşağıdaki yardımcı denklemi sağlar:

$$F'(\xi) = \sigma\sqrt{PF^4 + QF^2 + R} \tag{2.7}$$

Burada $\sigma = \pm 1$, P, Q ve R keyfi sabitlerdir. Son denklem, böylece $F(\xi)$ için aşağıdaki türevleri sağlar:

$$F''(\xi) = 2PF^3 + QF$$
$$F'''(\xi) = (6PF^2 + Q)F'$$
$$F^{(4)}(\xi) = 24P^2F^5 + 20PQF^3 + (12PR + Q^2)F$$
$$F^{(5)}(\xi) = +(120P^2F^4 + 60PQF^3 + 12PR + Q^2)F' \tag{2.8}$$

(2.7) denklemi için sunulan 52 tip tam çözümler, (1.1) denklemi için daha çok tam çözümler oluşturmak için kullanılır.

2.2. KdV Schrödinger Denkleminin Tam Jakobiyen-Eliptik Fonksiyon Çözümleri

$$iu_t - u_{xx} + uv = 0$$
$$v_t + 6vv_x + v_{xxx} - (|u^2|)_x = 0 \tag{2.9}$$

Schrödinger KdV denklem çiftinin Langmuir, toz-akustik dalga ve elektromanyetik dalgalar gibi tozlu plazmadaki çeşitli süreçleri tanımladığı bilinmektedir (Wazwaz, 2008).

(2.9) denkleminin tam çözümü birçok yazar tarafından incelenmiştir. Burada (2.9) sistemine F -açılım metodu uygulanacaktır ve bazı sonuçlar elde edilecektir (Filiz vd., 2015).

$u = e^{i\theta}U(\xi) \qquad v = V(\xi)$

$\theta = \alpha x + \beta t \qquad \xi = x + ct$ (2.10)

olsun. (2.10) denkleminden yararlanarak (2.9) denklem sistemi

$$u_t = (i\beta U + cU')e^{i\theta}$$

$$u_x = (i\alpha U + U')e^{i\theta}$$

$$u_{xx} = (i\alpha U' + U'')e^{i\theta} + i\alpha(i\alpha U + U')e^{i\theta}$$

$$u_{xx} = (U'' + 2i\alpha U' - \alpha^2 U)e^{i\theta}$$

$$uv = e^{i\theta}UV$$

$$v_t = cV'$$

$$v_x = V'$$

$$vv_x = VV'$$

$$v_{xx} = V''$$

$$v_{xxx} = V'''$$

$|u^2| = \left|e^{i\theta}U(\xi)\right|^2 = U^2$

$(|u^2|)_x = (U^2)_x = (U^2)' = 2UU'$

ifadelerinden

$-\beta U + icU' - (U'' + 2i\alpha U' - \alpha^2 U) + UV = 0$

$cV' + 6VV' + V''' - 2UU' = 0$

elde edilir. Bu denklem çiftinin reel ve imajiner kısımlara ayrılmasıyla, imajiner kısımdan

$icU' - 2i\alpha U' = 0$

$c = 2\alpha$

elde edilir. Böylece reel kısım

$U'' + (\beta - \alpha^2)U + UV = 0$

$2\alpha V' + 6VV' + V''' - (U^2)' = 0$ (2.11)

şeklinde yazılabilir. Bu sistemdeki ikinci denklem integre edilerek elde edilen
$U'' + (\beta - \alpha^2)U + UV = 0$

$2\alpha V + 3V^2 + V'' - U^2 = 0$

sisteminde en yüksek lineer olmayan terimlerle en yüksek merteben türev terimleri balans edilirse

$$O(U'') = m + 2 = O(V^2) = 2n$$

$$O(V'') = n + 2 = O(U^2) = 2m$$

$$m = n = 2$$

bulunur. Böylece (2.11) denkleminin çözümü
$U(\xi) = a_0 + a_1 F + a_2 F^2$

$V(\xi) = b_0 + b_1 F + b_2 F^2$ (2.12)

şeklinde kabul edilir. Burada $a_0, a_1. a_2$, $b_0, b_1. b_2$ sabitleri daha sonra belirlenecek olup $F(\xi)$, (2.7) adi diferansiyel denkleminin çözümüdür. (2.12) denklemini (2.11) denkleminin içine koyarak (2.7) denklemi yardımıyla (2.11) denkleminin sol tarafı F nin bir polinomu olur. F' ihmal edilerek ve polinomun katsayıları sıfıra eşitlenerek cebirsel denklem sisteminin $a_0, a_1. a_2$, $b_0, b_1. b_2$ çözümleri bulunur. Bu çözümleri bulmak için, (2.12) denkleminden (2.11) denkleminde istenen terim ve türevler aşağıdaki gibi düzenlenerek (2.11) denklem sistemi yeniden oluşturulur.

$$U' = (a_1 + 2a_2 F)F'$$

$$U'' = 2a_2 (F')^2 + (a_1 + 2a_2 F)F''$$

$$U'' = 2a_2 (PF^4 + QF^2 + R) + (a_1 + 2a_2 F)(2PF^3 + QF)$$

$$U'' = 6a_2 PF^4 + 2a_1 PF^3 + 4a_2 QF^2 + a_1 QF + 2a_2 R$$

$$(\beta - \alpha^2)U = (\beta - \alpha^2)(a_0 + a_1 F + a_2 F^2)$$

$$UV = (a_0 + a_1 F + a_2 F^2)(b_0 + b_1 F + b_2 F^2)$$

$$UV = a_0 b_0 + (a_0 b_1 + a_1 b_0)F + (a_1 b_1 + a_0 b_2 + a_2 b_0)F^2$$

$$+(a_1 b_2 + a_2 b_1)F^3 + a_2 b_2 F^4$$

$$2\alpha V = 2\alpha(b_0 + b_1 F + b_2 F^2)$$

$$3V^2 = 3\{b_0^2 + 2b_0 b_1 F + (b_1^2 + 2b_0 b_2)F^2 + 2b_1 b_2 F^3 + b_2^2 F^4\}$$

$$V'' = 6b_2 PF^4 + 2b_1 PF^3 + 4b_2 QF^2 + b_1 QF + 2b_2 R$$

$$-U^2 = -\{a_0^2 + 2a_0a_1F + (a_1^2 + 2a_0a_2)F^2 + 2a_1a_2F^3 + a_2^2F^4\}$$

ifadelerinden

$$6a_2P + a_2b_2 = 0$$

$$2a_1P + (a_1b_2 + a_2b_1) = 0$$

$$4a_2Q + (\beta - \alpha^2)a_2 + (a_1b_1 + a_0b_2 + a_2b_0) = 0$$

$$a_1Q + (\beta - \alpha^2)a_1 + (a_0b_1 + a_1b_0) = 0$$

$$2a_2R + (\beta - \alpha^2)a_0 + a_0b_0 = 0$$

$$6b_2P + 3b_2^2 - a_2^2 = 0$$

$$6b_1b_2 + 2b_1P - 2a_1a_2 = 0$$

$$2\alpha b_2 + 3(b_1^2 + 2b_0b_2) + 4b_2Q - (a_1^2 + 2a_0a_2) = 0$$

$$2\alpha b_1 + 6b_0b_1 + b_1Q - 2a_0a_1 = 0$$

$$2\alpha b_0 + 3b_0^2 + 2b_2R - a_0^2 = 0$$

denklem sistemi elde edilir.

Bu cebirsel denklem sistemini Mathematica yardımıyla çözerek

$a_0 = 0$, $a_1 = \pm 2\sqrt{P(Q - \alpha - 3\alpha^2 + 3\beta)}$, $a_2 = 0$

$b_0 = \alpha^2 - \beta - Q$, $b_1 = 0$, $b_2 = -2P$ (2.13)

bulunur. Bu sonuçları (2.12) denkleminde yerine koyarak, (2.11) denkleminin formal çözümü

$$U(\xi) = \pm 2\sqrt{P(Q - \alpha - 3\alpha^2 + 3\beta)}F(\xi)$$

$$V(\xi) = \alpha^2 - \beta - Q - 2PF^2(\xi) \quad (2.14)$$

şeklindedir.

(2.10) denklemi ile birlikte (2.14) formal çözümden, biri (2.1) denkleminin daha genel birleştirilmiş Jacobi eliptik fonksiyon çözümlerini çıkarır. Bunun sonucu olarak aşağıdaki tam çözümler elde edilir (Filiz vd., 2015) :

Durum 1: $P = m^2,\ Q = -(1+m^2), R = 1,\ F(\xi) = sn\xi$

$$u_1 = e^{i\theta}\left\{\pm 2m\sqrt{-1-m^2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}sn\xi\right\},$$

$$v_1 = \alpha^2 - \beta + 1 + m^2 - 2m^2 sn^2\xi \tag{2.15}$$

Burada (2.7) denkleminin sağlandığı gösterilebilir. Gerçekten, (2.7) denkleminden

$$F'(\xi) = \sigma\sqrt{PF^4 + QF^2 + R} \Rightarrow \left(F'(\xi)\right)^2 = PF^4 + QF^2 + R$$

olduğuna göre

$$\left(F'(\xi)\right)^2 = cn^2\xi dn^2\xi = (1 - sn^2\xi)(1 - m^2sn^2\xi) = 1 - (m^2+1)sn^2\xi + m^2sn^4\xi$$

ifadesinden $P = m^2,\ Q = -(1+m^2)$ ve $R = 1$ elde edilir.

Durum 2: $P = m^2,\ Q = -(1+m^2), R = 1,\ F(\xi) = cd\xi$

$$u_2 = e^{i\theta}\left\{\pm 2m\sqrt{-1-m^2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}cd\xi\right\},$$

$$v_2 = \alpha^2 - \beta + 1 + m^2 - 2m^2 cd^2\xi \tag{2.16}$$

Bu durumda (2.7) denkleminin sağlandığı gösterilebilir. Gerçekten, (2.7) denkleminden

$$\left(F'(\xi)\right)^2 = PF^4 + QF^2 + R$$

olduğuna göre

$$\left(F'(\xi)\right)^2 = \left(\frac{-sn\xi dn^2\xi + m^2 sn\xi cn^2\xi}{dn^2\xi}\right)^2 = sn^2\xi\left(\frac{-dn^2\xi + m^2 cn^2\xi}{dn^2\xi}\right)^2$$

$$(F')^2 = sn^2\xi(m^2F^2 - 1)^2$$

yazılabilir. Diğer taraftan

$$F(\xi) = cd\xi = \frac{cn\xi}{dn\xi} \Longrightarrow F^2 = \frac{1-sn^2\xi}{1-m^2sn^2\xi} \Longrightarrow sn^2\xi = \frac{F^2-1}{F^2m^2-1}$$

olduğundan

$$(F')^2 = sn^2\xi(m^2F^2-1)^2 = (F^2-1)(m^2F^2-1) = m^2F^4-(1+m^2)F^2+1$$

elde edilir ki bu $P=m^2,\ Q=-(1+m^2)$ ve $R=1$ olduğunu gösterir.

Durum 3: $P=m^2,\ Q=2m^2-1, R=1-m^2,\ F(\xi)=cn\xi$

$$u_3 = e^{i\theta}\left\{\pm 2m\sqrt{-2m^2+1+\alpha+3\alpha^2-3\beta}cn\xi\right\},$$

$$v_3 = \alpha^2-\beta+-2m^2+1+2m^2cn^2\xi \tag{2.17}$$

Durum 4: $P=-1,\ Q=2-m^2, R=m^2-1,\ F(\xi)=dn\xi$

$$u_4 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-2+m^2+\alpha+3\alpha^2-3\beta}dn\xi\right\},$$

$$v_4 = \alpha^2-\beta+2-m^2+2dn^2\xi \tag{2.18}$$

Durum 5: $P=1,\ Q=-(1+m^2), R=m^2,\ F(\xi)=ns\xi$

$$u_5 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-1-m^2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}ns\xi\right\},$$

$$v_5 = \alpha^2-\beta+1+m^2-2ns^2\xi \tag{2.19}$$

Bu durumda (2.7) denkleminin sağlandığı gösterilebilir. Gerçekten, (2.7) denkleminden

$$\left(F'(\xi)\right)^2 = PF^4+QF^2+R$$

olduğuna göre

$$\left(F'(\xi)\right)^2 = \left(\frac{-cn\xi dn\xi}{sn^2\xi}\right)^2 = \frac{cn^2\xi dn^2\xi}{sn^4\xi} = \frac{(1-sn^2\xi)(1-m^2sn^2\xi)}{sn^4\xi}$$

$$(F')^2 = F^4-(1+m^2)F^2+m^2$$

elde edilir ki bu $P=1,\ Q=-(1+m^2)$ ve $R=m^2$ olduğunu gösterir.

Durum 6: $P = 1,\ Q = -(1+m^2), R = m^2,\ F(\xi) = ds\xi$

$$u_6 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-1-m^2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}\,dc\xi\right\},$$

$$v_6 = \alpha^2 - \beta + 1 + m^2 - 2dc^2\xi \tag{2.20}$$

Durum 7: $P = 1-m^2,\ Q = 2m^2-1, R = -m^2, F(\xi) = nc\xi$

$$u_7 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{(1-m^2)(2m^2-1-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}\,nc\xi\right\},$$

$$v_7 = \alpha^2 - \beta - 2m^2 + 1 - 2(1-m^2)nc^2\xi \tag{2.21}$$

Durum 8: $P = m^2-1,\ Q = 2-m^2, R = -1, F(\xi) = nd\xi$

$$u_8 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{(m^2-1)(2-m^2-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}\,nd\xi\right\},$$

$$v_8 = \alpha^2 - \beta - 2 + m^2 - 2(m^2-1)nd^2\xi \tag{2.22}$$

Durum 9: $P = 1-m^2,\ Q = 2-m^2, R = 1,\ F(\xi) = sc\xi$

$$u_9 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{(1-m^2)(2-m^2-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}\,sc\xi\right\},$$

$$v_9 = \alpha^2 - \beta - 2 + m^2 - 2(1-m^2)sc^2\xi \tag{2.23}$$

Durum 10: $P = m^2(1-m^2),\ Q = 2m^2-1, R = 1,\ F(\xi) = sd\xi$

$$u_{10} = e^{i\theta}\left\{\pm 2m\sqrt{(1-m^2)(2m^2-1-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}\,sd\xi\right\},$$

$$v_{10} = \alpha^2 - \beta - 2m^2 + 1 + 2m^2(1-m^2)sd^2\xi \tag{2.24}$$

Durum 11: $P = 1,\ Q = 2-m^2, R = 1-m^2,\ F(\xi) = cs\xi$

$$u_{11} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{2-m^2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}cs\xi\right\},$$

$$v_{11} = \alpha^2-\beta-2+m^2-2cs^2\xi \tag{2.25}$$

Durum 12: $P=1,\ Q=2m^2-1, R=-m^2(1-m^2),\ F(\xi)=ds\xi$

$$u_{12} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{2m^2-1-\alpha-3\alpha^2+3\beta}ds\xi\right\},$$

$$v_{12} = \alpha^2-\beta-2m^2+1-2ds^2\xi \tag{2.26}$$

Durum 13: $P=\frac{1}{4},\ Q=\frac{1-2m^2}{2}, R=\frac{1}{4},\ F(\xi)=ns\xi\pm cs\xi$

$$u_{13} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(ns\xi\pm cs\xi)\right\},$$

$$v_{13} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta-1+2m^2-(ns\xi\pm cs\xi)^2\}}{2} \tag{2.27}$$

Durum 14: $P=\frac{1-m^2}{4},\ Q=\frac{1+m^2}{2}, R=\frac{1-m^2}{4},\ F(\xi)=nc\xi\pm sc\xi$

$$u_{14} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{(1-m^2)(1+m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta)}{2}}(nc\xi\pm sc\xi)\right\},$$

$$v_{14} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta-1-m^2-(1-m^2)(nc\xi\pm sc\xi)^2\}}{2} \tag{2.28}$$

Durum 15: $P=\frac{1}{4},\ Q=\frac{m^2-2}{2}, R=\frac{m^2}{4},\ F(\xi)=ns\xi\pm ds\xi$

$$u_{15} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{m^2-2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(ns\xi\pm ds\xi)\right\},$$

$$v_{15} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta+2-m^2-(ns\xi\pm ds\xi)^2\}}{2} \tag{2.29}$$

Durum 16: $P=\frac{m^2}{4},\ Q=\frac{m^2-2}{2}, R=\frac{m^2}{4},\ F(\xi)=sn\xi\pm icn\xi$

$$u_{16}=e^{i\theta}\left\{\pm m\sqrt{\frac{m^2-2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(sn\xi\pm icn\xi)\right\},$$

$$v_{16}=\frac{\{2\alpha^2-2\beta+2-m^2-m^2(sn\xi\pm icn\xi)^2\}}{2} \tag{2.30}$$

Durum 17: $P=\frac{m^2}{4},\ Q=\frac{m^2-2}{2}, R=\frac{m^2}{4},\ F(\xi)=\sqrt{1-m^2}sd\xi\pm cd\xi$

$$u_{17}=e^{i\theta}\left\{\pm m\sqrt{\frac{m^2-2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\sqrt{1-m^2}sd\xi\pm cd\xi\right)\right\},$$

$$v_{17}=\frac{\left\{2\alpha^2-2\beta+2-m^2-m^2\left(\sqrt{1-m^2}sd\xi\pm cd\xi\right)^2\right\}}{2} \tag{2.31}$$

Durum 18: $P=\frac{1}{4},\ Q=\frac{1-m^2}{2}, R=\frac{1}{4},\ F(\xi)=mcd\xi\pm\sqrt{1-m^2}nd\xi$

$$u_{18}=e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(mcd\xi\pm\sqrt{1-m^2}nd\xi\right)\right\},$$

$$v_{18}=\frac{\left\{2\alpha^2-2\beta-1+m^2-\left(mcd\xi\pm\sqrt{1-m^2}nd\xi\right)^2\right\}}{2} \tag{2.32}$$

Durum 19: $P=\frac{1}{4},\ Q=\frac{1-2m^2}{2}, R=\frac{1}{4},\ F(\xi)=msn\xi\pm idn\xi$

$$u_{19}=e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(msn\xi\pm idn\xi)\right\}$$

$$v_{19}=\frac{\{2\alpha^2-2\beta-1+2m^2-(msn\xi\pm idn\xi)^2\}}{2} \tag{2.33}$$

Durum 20: $P=\frac{1}{4}, \quad Q=\frac{1-m^2}{2}, \quad R=\frac{1}{4}, \quad F(\xi)=\sqrt{1-m^2}sc\xi \pm idc\xi \quad u_{20}=$

$$e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\sqrt{1-m^2}sc\xi \pm idc\xi\right)\right\}$$

$$v_{20}=\frac{\left\{2\alpha^2-2\beta-1+m^2-\left(\sqrt{1-m^2}sc\xi\pm idc\xi\right)^2\right\}}{2} \tag{2.34}$$

Durum 21: $P=\frac{m^2-1}{4}, \quad Q=\frac{m^2+1}{2}, \quad R=\frac{m^2-1}{4}, \quad F(\xi)=msd\xi \pm nd\xi \quad u_{21}=$

$$e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{(m^2-1)(m^2+1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta)}{2}}(msd\xi \pm nd\xi)\right\}$$

$$v_{21}=\frac{\left\{2\alpha^2-2\beta-1-m^2-(m^2-1)(msd\xi\pm nd\xi)^2\right\}}{2} \tag{2.35}$$

Durum 22: $P=\frac{m^2}{4}, \; Q=\frac{m^2-2}{2}, R=\frac{1}{4}, \; F(\xi)=\frac{sn\xi}{1\pm dn\xi}$

$$u_{22}=e^{i\theta}\left\{\pm m\sqrt{\frac{m^2-2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\frac{sn\xi}{1\pm dn\xi}\right)\right\},$$

$$v_{22}=\frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta-m^2+2-m^2\left(\frac{sn\xi}{1\pm dn\xi}\right)^2\right\} \tag{2.36}$$

Durum 23: $P=-\frac{1}{4}, \; Q=\frac{m^2+1}{2}, R=\frac{\left(1-m^2\right)^2}{4}, \; F(\xi)=mcn\xi \pm dn\xi \quad u_{23}=$

$$e^{i\theta}\left\{\pm m\sqrt{\frac{-m^2-1+2\alpha+6\alpha^2-6\beta}{2}}(mcn\xi \pm dn\xi)\right\}$$

$$v_{23}=\frac{1}{2}\{2\alpha^2-2\beta-m^2-1+m^2(mcn\xi \pm dn\xi)^2\} \tag{2.37}$$

Durum 24: $P=\frac{\left(1-m^2\right)^2}{4}, \; Q=\frac{m^2+1}{2}, R=\frac{1}{4}, F(\xi)=ds\xi \pm cs\xi \quad u_{24}=$

$$e^{i\theta}\left\{\pm(1-m^2)\sqrt{\frac{m^2+1-2\alpha-6\alpha^2-6\beta}{2}}(ds\xi \pm cs\xi)\right\}$$

$$v_{24} = \frac{1}{2}\{2\alpha^2 - 2\beta - m^2 - 1 - (1-m^2)^2(ds\xi \pm cs\xi)^2\} \tag{2.38}$$

Durum 25: $P = \frac{m^4(1-m^2)}{2(2-m^2)},\ Q = \frac{2(1-m^2)}{m^2-2}, R = \frac{1-m^2}{2(2-m^2)}, \quad F(\xi) = dc\xi \pm \sqrt{1-m^2}nc\xi$

$$u_{25} = e^{i\theta}\left\{\pm\frac{\sqrt{2}m^2}{2-m^2}\sqrt{(m^2-1)[2(1-m^2)+(m^2-2)(-\alpha-3\alpha^2+3\beta)]}\right\}$$
$$\left(dc\xi \pm \sqrt{1-m^2}nc\xi\right)$$

$$v_{25} = \frac{1}{m^2-2}\left\{(m^2-2)(\alpha^2-\beta) + (1-m^2)\left[-2 + m^4\left(dc\xi \pm \sqrt{1-m^2}nc\xi\right)^2\right]\right\} \tag{2.39}$$

Durum 26: $P > 0,\ Q < 0, R = \frac{m^2Q^2}{P(1+m^2)}, F(\xi) = \sqrt{\frac{-Qm^2}{P(1+m^2)}}sn\left(\sqrt{\frac{-Q}{1+m^2}}\xi\right) \qquad u_{26} =$

$$e^{i\theta}\left\{\pm 2m\sqrt{\frac{Q(-Q+\alpha+3\alpha^2-3\beta)}{1+m^2}}sn\left(\sqrt{\frac{-Q}{1+m^2}}\xi\right)\right\}$$

$$v_{26} = \alpha^2 - \beta - Q + \frac{2m^2Q}{1+m^2}sn^2\left(\sqrt{\frac{-Q}{1+m^2}}\xi\right) \tag{2.40}$$

Durum 27: $P < 0,\ Q > 0, R = \frac{(1-m^2)Q^2}{P(m^2-2)^2},\ F(\xi) = \sqrt{\frac{-Q}{P(m^2-2)^2}}dn\left(\sqrt{\frac{Q}{2-m^2}}\xi\right)$

$$u_{27} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{\frac{Q(-Q+\alpha+3\alpha^2-3\beta)}{2-m^2}}dn\left(\sqrt{\frac{Q}{2-m^2}}\xi\right)\right\},$$

$$v_{27} = \alpha^2 - \beta - Q + \frac{2Q}{2-m^2}dn^2\left(\sqrt{\frac{Q}{2-m^2}}\xi\right) \tag{2.41}$$

Durum 28: $P < 0,\ Q > 0, R = \frac{m^2(m^2-1)Q^2}{P(2m^2-1)^2},\ F(\xi) = \sqrt{\frac{-m^2Q}{P(2m^2-1)}}cn\left(\sqrt{\frac{Q}{2m^2-1}}\xi\right)$

$$u_{28} = e^{i\theta}\left\{\pm 2m\sqrt{\frac{Q(-Q+\alpha+3\alpha^2-3\beta)}{2m^2-1}}cn\left(\sqrt{\frac{Q}{2m^2-1}}\xi\right)\right\},$$

$$v_{28} = \alpha^2 - \beta - Q + \frac{2m^2Q}{2m^2-1} cn^2\left(\sqrt{\frac{Q}{2m^2-1}}\xi\right) \quad (2.42)$$

Durum 29:

$P = 1, Q = 2 - 4m^2,\ R = 1,\ F(\xi) = \frac{sn\xi dn\xi}{cn\xi}$

$$u_{29} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{2 - 4m^2 - \alpha - 3\alpha^2 + 3\beta}\left(\frac{sn\xi dn\xi}{cn\xi}\right)\right\}$$

$$v_{29} = \alpha^2 - \beta - 2 + 4m^2 - 2\left(\frac{sn\xi dn\xi}{cn\xi}\right)^2 \quad (2.43)$$

Durum 30:

$P = m^2, Q = 1,\ R = 1,\ F(\xi) = \frac{sn\xi cn\xi}{dn\xi}$

$$u_{30} = e^{i\theta}\left\{\pm 2m\sqrt{2 - \alpha - 3\alpha^2 + 3\beta}\left(\frac{sn\xi cn\xi}{dn\xi}\right)\right\}$$

$$v_{30} = \alpha^2 - \beta - 2 - 2\left(\frac{sn\xi cn\xi}{dn\xi}\right)^2 \quad (2.44)$$

Durum 31:

$P = 1, Q = 2 + m^2,\ R = 1 - 2m^2 + m^4,\ F(\xi) = \frac{dn\xi cn\xi}{sn\xi}$

$$u_{31} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{2 + m^2 - \alpha - 3\alpha^2 + 3\beta}\left(\frac{dn\xi cn\xi}{sn\xi}\right)\right\},$$

$$v_{31} = \alpha^2 - \beta - 2 - m^2 - 2\left(\frac{dn\xi cn\xi}{sn\xi}\right)^2 \quad (2.45)$$

Durum 32:

$P = \frac{A^2(m-1)^2}{4}, Q = \frac{1+m^2}{2} + 3m,\ R = \frac{(m-1)^2}{4A^2},\ F(\xi) = \frac{dn\xi cn\xi}{A(1+sn\xi)(1+msn\xi)}$

$$u_{32} = e^{i\theta}\left\{\pm(m-1)\sqrt{\frac{m^2+6m+1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\frac{dn\xi cn\xi}{A(1+sn\xi)(1+msn\xi)}\right)\right\} \qquad v_{32} =$$

$$\frac{1}{2}\left\{2\alpha^2 - 2\beta - m^2 - 6m - 1 - (m-1)^2\left(\frac{dn\xi cn\xi}{A(1+sn\xi)(1+msn\xi)}\right)^2\right\} \qquad (2.46)$$

Durum 33:

$$P = \frac{A^2(m+1)^2}{4}1,\ Q = \frac{1+m^2}{2} + 3m,\ R = \frac{(m+1)^2}{4A^2},\ F(\xi) = \frac{dn\xi cn\xi}{A(1+sn\xi)(1-msn\xi)}$$

$$u_{33} = e^{i\theta}\left\{\pm(m-1)\sqrt{\frac{m^2-m+1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\frac{dn\xi cn\xi}{A(1+sn\xi)(1-msn\xi)}\right)\right\} \qquad v_{33} =$$

$$\frac{1}{2}\left\{2\alpha^2 - 2\beta - m^2 + 6m - 1 - (m+1)^2\left(\frac{dn\xi cn\xi}{A(1+sn\xi)(1-msn\xi)}\right)^2\right\} \qquad (2.47)$$

Durum 34:

$$P = -\frac{4}{m},\ Q = 6m - m^2 - 1,\ R = 2m^3 + m^4 + m^2,\ F(\xi) = \frac{mdn\xi cn\xi}{1+msn^2\xi}$$

$$u_{34} = e^{i\theta}\left\{\pm 4\sqrt{m^2 - 6m + 1 + \alpha + 3\alpha^2 - 3\beta}\left(\frac{mdn\xi cn\xi}{1+msn^2\xi}\right)\right\} \qquad v_{34} =$$

$$\alpha^2 - \beta + m^2 - 6m + 1 + 8m\left(\frac{mdn\xi cn\xi}{1+msn^2\xi}\right)^2 \qquad (2.48)$$

Durum 35:

$$P = \frac{4}{m},\ Q = -6m - m^2 - 1,\ R = -2m^3 + m^4 + m^2,\ F(\xi) = \frac{mdn\xi cn\xi}{-1+msn^2\xi}$$

$$u_{35} = e^{i\theta}\left\{\pm 4\sqrt{-m^2 - 6m - 1 - \alpha - 3\alpha^2 + 3\beta}\left(\frac{mdn\xi cn\xi}{-1+msn^2\xi}\right)\right\} \qquad v_{35} =$$

$$\alpha^2 - \beta + m^2 + 6m + 1 - 8m\left(\frac{mdn\xi cn\xi}{-1+msn^2\xi}\right)^2 \qquad (2.49)$$

Durum 36:

$P = \frac{1}{4}, Q = \frac{1-2m^2}{2}, \ R = \frac{1}{4}, \ F(\xi) = \frac{sn\xi}{1 \pm cn\xi}$

$$u_{36} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\frac{sn\xi}{1\pm cn\xi}\right)\right\},$$

$$v_{36} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2 - 2\beta - 1 + 2m^2 - \left(\frac{sn\xi}{1\pm cn\xi}\right)^2\right\} \quad (2.50)$$

Durum 37:

$P = \frac{1-m^2}{4}, Q = \frac{1+m^2}{2}, \ R = \frac{1-m^2}{4}, \ F(\xi) = \frac{cn\xi}{1 \pm sn\xi}$

$$u_{37} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{(1-m^2)(1+m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta)}{2}}\left(\frac{sn\xi}{1\pm cn\xi}\right)\right\} \qquad v_{37} =$$

$$\frac{1}{2}\left\{2\alpha^2 - 2\beta - 1 - m^2 - (1-m^2)\left(\frac{sn\xi}{1\pm cn\xi}\right)^2\right\} \quad (2.51)$$

Durum 38:

$P = 4m_1, Q = 2 + 6m_1 - m^2, \ R = 2 + 2m_1 - m^2, m_1 = \sqrt{1-m^2}\,, F(\xi) = \frac{m^2 sn\xi cn\xi}{m_1 - dn^2\xi}$

$$u_{38} = e^{i\theta}\left\{\pm 4\sqrt{m_1(2 + 6m_1 - m^2 - \alpha - 3\alpha^2 + 3\beta)}\left(\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{m_1 - dn^2\xi}\right)\right\}$$

$$v_{38} = \alpha^2 - \beta - 2 - 6m_1 + m^2 + 8m_1\left(\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{m_1 - dn^2\xi}\right)^2 \quad (2.52)$$

Durum 39:

$P = -4m_1, Q = 2 - 6m_1 - m^2, \ R = 2 - 2m_1 - m^2, \ F(\xi) = \frac{m^2 sn\xi cn\xi}{m_1 + dn^2\xi}$

$$u_{39} = e^{i\theta}\left\{\pm 4\sqrt{m_1(-2+6m_1+m^2+\alpha+3\alpha^2+3\beta)}\left(\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{m_1+dn^2\xi}\right)\right\}$$

$$v_{39} = \alpha^2-\beta-2+6m_1+m^2-8m_1\left(\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{m_1+dn^2\xi}\right)^2 \qquad (2.53)$$

Durum 40:

$$P=\frac{2-m^2-2m_1}{4},\ Q=\frac{m^2}{3}-1-3m_1,\ R=\frac{2-m^2-2m_1}{4},\ F(\xi)=\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{(1+m_1)\mathrm{dn}\xi-1-m_1+sn^2\xi}$$

$$u_{40} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{(2-2m_1-m^2)(-2-6m_1+m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta)}{2}}\left(\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{(1+m_1)\mathrm{dn}\xi-1-m_1+sn^2\xi}\right)\right\}$$

$$v_{40} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta+2+6m_1-m^2-(2-2m_1-m^2)\left(\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{(1+m_1)\mathrm{dn}\xi-1-m_1+sn^2\xi}\right)^2\right\} \qquad (2.54)$$

Durum 41:

$$P=\frac{2-m^2+2m_1}{4},\ Q=\frac{m^2}{3}-1+3m_1,\ R=\frac{2-m^2+2m_1}{4},\ F(\xi)=\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{(-1+m_1)\mathrm{dn}\xi-1-m_1+sn^2\xi}$$

$$u_{41} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{(2+2m_1-m^2)(-2+6m_1+m^2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta)}{2}}\left(\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{(-1+m_1)\mathrm{dn}\xi-1+m_1+sn^2\xi}\right)\right\}$$

$$v_{41} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta+2-6m_1-m^2-(2+m_1-m^2)\left(\frac{m^2 sn\xi cn\xi}{(-1+m_1)\mathrm{dn}\xi-1-m_1+sn^2\xi}\right)^2\right\} \qquad (2.55)$$

Durum 42:

$$P=\frac{C^2m^4-(B^2+C^2)m^2}{4},\ Q=\frac{m^2+1}{3},\ R=\frac{m^2-1}{4(C^2m^2-B^2)},\ F(\xi)=\frac{\sqrt{\frac{B^2-C^2}{B^2-C^2m^2}}+sn\xi}{Bcn\xi+Cdn\xi}$$

$$u_{42} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{[C^2m^4-(B^2+C^2)m^2](m^2+1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta)}{2}}\left(\frac{\sqrt{\frac{B^2-C^2}{B^2-C^2m^2}}+sn\xi}{Bcn\xi+Cdn\xi}\right)\right\}$$

$$v_{42} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta-m^2-1-[C^2m^4-(B^2+C^2)m^2]\left(\frac{\sqrt{\frac{B^2-C^2}{B^2-C^2m^2}}+sn\xi}{Bcn\xi+Cdn\xi}\right)^2\right\} \qquad (2.56)$$

Durum 43:

$$P=\frac{B^2+C^2m^2}{4},\ Q=\frac{1}{3}-m^2,\ R=\frac{1}{4(B^2+C^2m^2)},\ F(\xi)=\frac{\sqrt{\frac{C^2m^2+B^2-C^2}{B^2+C^2m^2}}+cn\xi}{Bsn\xi+Cdn\xi}$$

$$u_{43}=e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{[(B^2+C^2m^2)](-2m^2+1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta)}{2}}\left(\frac{\sqrt{\frac{C^2m^2+B^2-C^2}{B^2+C^2m^2}}+cn\xi}{Bsn\xi+Cdn\xi}\right)\right\}\qquad v_{43}=$$

$$\frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta+2m^2-1-(B^2+C^2m^2)\left(\frac{\sqrt{\frac{C^2m^2+B^2-C^2}{B^2+C^2m^2}}+cn\xi}{Bsn\xi+Cdn\xi}\right)^2\right\}\qquad (2.57)$$

Durum 44:

$$P=\frac{B^2+C^2}{4},\ Q=\frac{m^2}{3}-1,\ R=\frac{m^4}{4(B^2+C^2)},\ F(\xi)=\frac{\sqrt{\frac{-C^2m^2+B^2+C^2}{B^2+C^2}}+dn\xi}{Bsn\xi+Ccn\xi}$$

$$u_{44}=e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{[(B^2+C^2)](m^2-2-2\alpha-6\alpha^2+6\beta)}{2}}\left(\frac{\sqrt{\frac{-C^2m^2+B^2+C^2}{B^2+C^2}}+dn\xi}{Bsn\xi+Ccn\xi}\right)\right\}\qquad v_{44}=$$

$$\frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta-m^2+2-(B^2+C^2)\left(\frac{\sqrt{\frac{-C^2m^2+B^2+C^2}{B^2+C^2}}+dn\xi}{Bsn\xi+Ccn\xi}\right)^2\right\}\qquad (2.58)$$

Durum 45:

$$P=-\frac{m^2+2m+1}{B^2},\ Q=2m^2+2,\ R=\frac{2m-m^2-1}{B^2},\ F(\xi)=\frac{msn^2\xi-1}{B(msn^2\xi+1)}$$

$$u_{45}=e^{i\theta}\left\{\pm2(m+1)\sqrt{-2m^2-2+\alpha+3\alpha^2-3\beta}\left(\frac{msn^2\xi-1}{B(msn^2\xi+1)}\right)\right\}\qquad v_{45}=$$

$$\alpha^2-\beta-2m^2-2+2(m^2+2m+1)\left(\frac{msn^2\xi-1}{B(msn^2\xi+1)}\right)^2\qquad (2.59)$$

Durum 46:

$$P=-\frac{m^2-2m+1}{B^2},\ Q=2m^2+2,\ R=-\frac{2m+m^2+1}{B^2},\ F(\xi)=\frac{msn^2\xi+1}{B(msn^2\xi-1)}$$

$$u_{46}=e^{i\theta}\left\{\pm 2(m-1)\sqrt{-2m^2-2+\alpha+3\alpha^2-3\beta}\left(\frac{msn^2\xi+1}{B(msn^2\xi-1)}\right)\right\} \qquad v_{46}=$$

$$\alpha^2-\beta-2m^2-2+2(m^2-2m+1)\left(\frac{msn^2\xi+1}{B(msn^2\xi-1)}\right)^2 \qquad (2.60)$$

Jacobi-eliptik fonksiyonlar cinsinden n çözümler listesinde çok fazla tekrar olduğu not edilmelidir. İşte bazı örnekler; Jacobi-eliptik fonksiyonlarla ilgili iyi bilinen özdeşlikleri kullanmak üzere aşağıdaki sonuçlara ulaşılır:

u_1, u_3 ve u_4 aynıdır; v_1, v_3 ve v_4 aynıdır; u_2, u_8 ve u_{10} aynıdır; v_2, v_8 ve v_{10} aynıdır; u_5, u_{11} ve u_{12} aynıdır; v_5, v_{11} ve v_{12} aynıdır; u_6, u_7 ve u_9 aynıdır; v_6, v_7 ve v_9 aynıdır, u_{26}, u_{27} aynıdır; v_{26}, v_{27} aynıdır

2.3. Schrödinger KdV Denkleminin Weierstrass -Eliptik Fonksiyon Çözümleri

(He, 2004) ile birlikte (Lawden, 1985) formal çözümden aşağıdaki tam çözümler elde edilir.

Durum 47:

$$g_2=\frac{4}{3}(Q^2-3PR),\ g_3=\frac{4Q}{27}(-2Q^2+9PR),\ \ F(\xi)=\sqrt{\frac{1}{P}\left[\wp(\xi;g_2,g_3)-\frac{1}{3}Q\right]}$$

$$u_{47}=e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{(Q-\alpha-3\alpha^2+3\beta)\left[\wp(\xi;g_2,g_3)-\frac{1}{3}Q\right]}\right\},$$

$$v_{47}=\alpha^2-\beta-Q-2\left[\wp(\xi;g_2,g_3)-\frac{1}{3}Q\right] \qquad (2.61)$$

Durum 48:

$$g_2=\frac{4}{3}(Q^2-3PR),\ g_3=\frac{4Q}{27}(-2Q^2+9PR),\ \ F(\xi)=\sqrt{\frac{3R}{3\wp(\xi;g_2,g_3)-Q}}$$

$$u_{48} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{\frac{3PR(Q-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}{3\wp(\xi;g_2,g_3)-Q}}\right\} \ ,$$

$$v_{48} = \alpha^2 - \beta - Q - \frac{6PR}{3\wp(\xi;g_2,g_3)-Q} \tag{2.62}$$

Durum 49:

$$g_2 = -\frac{(5QD+4Q^2+33PQR)}{12},\ g_3 = \frac{(21Q^2D-63PRD+20Q^3-27PQR)}{216}, \qquad F(\xi) = \frac{\sqrt{12R\wp(\xi;g_2,g_3)+2R(2Q+D)}}{12\wp(\xi;g_2,g_3)+D}$$

$$u_{49} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{P(Q-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}\,\frac{\sqrt{12R\wp(\xi;g_2,g_3)+2R(2Q+D)}}{12\wp(\xi;g_2,g_3)+D}\right\}$$

$$v_{49} = \alpha^2 - \beta - Q - \frac{4PR[6\wp(\xi;g_2,g_3)+2Q+D]}{[12\wp(\xi;g_2,g_3)+D]^2} \tag{2.63}$$

Durum 50:

$$g_2 = \frac{Q^2}{12} + PR \quad g_3 = \frac{Q(36PR-Q^2)}{216}, \quad F(\xi) = \frac{\sqrt{R}[6\wp(\xi;g_2,g_3)+Q]}{3\wp'(\xi;g_2,g_3)}$$

$$u_{50} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{PR(Q-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}\,\frac{[6\wp(\xi;g_2,g_3)+Q]}{3\wp'(\xi;g_2,g_3)}\right\} \ ,$$

$$v_{50} = \alpha^2 - \beta - Q - \frac{2PR[6\wp(\xi;g_2,g_3)+Q]^2}{9[\wp'(\xi;g_2,g_3)]^2} \tag{2.64}$$

Durum 51:

$$g_2 = \frac{Q^2}{12} + PR \quad g_3 = \frac{Q(36PR-Q^2)}{216}, \quad F(\xi) = \frac{3\wp'(\xi;g_2,g_3)}{\sqrt{P}[6\wp(\xi;g_2,g_3)+Q]}$$

$$u_{51} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{(Q-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}\,\frac{3\wp'(\xi;g_2,g_3)}{[6\wp(\xi;g_2,g_3)+Q]}\right\},$$

$$v_{51} = \alpha^2 - \beta - Q - \frac{18[\wp'(\xi;g_2,g_3)]^2}{[6\wp(\xi;g_2,g_3)+Q]^2} \tag{2.65}$$

Durum 52:

$$R=\frac{5Q^2}{36P}, \quad g_2=\frac{2Q^2}{9}, \; g_3=\frac{Q^3}{54}, \quad F(\xi)=\frac{Q\sqrt{-\frac{15Q}{2P}}\wp(\xi;g_2,g_3)}{3\wp(\xi;g_2,g_3)+Q}$$

$$u_{52}=e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{P(Q-\alpha-3\alpha^2+3\beta)}\frac{Q\sqrt{-\frac{15Q}{2P}}\wp(\xi;g_2,g_3)}{3\wp(\xi;g_2,g_3)+Q}\right\},$$

$$v_{52}=\alpha^2-\beta-Q-\frac{15Q^3\wp^2(\xi;g_2,g_3)}{[3\wp(\xi;g_2,g_3)+Q]^2} \tag{2.66}$$

Not edilmelidir ki Weierstrass eliptik fonksiyon cinsinden ifade edilen her çözüm Jacobi eliptik fonksiyon cinsinden çözüme dönüştürülebilir. Sonuç olarak, (2.47)-(2.52) durumları (2.1)-(2.46) durumları kapsamındadır. Örneğin kullanılan 1.Durum için P, Q ve R değerleri ile u_1 ile u_{48} özdeştir ve v_1 ile v_{48} özdeştir sonucuna gidilir.

2.4. Jacobi Eliptik Fonksiyonlar İle Hiperbolik Ve Trigonometrik Fonksiyonlar Arasındaki İlişki

Jacobi eliptik fonksiyonlar, $m \to 1$ olduğunda aşağıda verildiği gibi hiperbolik fonksiyonlara indirgenir:

$sn\xi \to tanh\xi$, $cn\xi \to sech\xi$, $dn\xi \to sech\xi$

$sc\xi \to sinh\xi$, $sd\xi \to sinh\xi$, $cd\xi \to 1$

$ns\xi \to coth\xi$, $nc\xi \to cosh\xi$, $nd\xi \to cosh\xi$

$cs\xi \to csch\xi$, $ds\xi \to csch\xi$, $dc\xi \to 1$

Jacobi eliptik fonksiyonlar, $m \to 0$ olduğunda aşağıda verildiği gibi trigonometrik fonksiyonlara indirgenir:

$sn\xi \to sin\xi$, $cn\xi \to cos\xi$, $dn\xi \to 1$

$sc\xi \to tan\xi\ ,\ \ sd\xi \to sin\xi,\ \ cd\xi \to cos\xi$

$ns\xi \to csc\xi\ ,\ \ nc\xi \to sec\xi,\ \ nd\xi \to 1$

$cs\xi \to cot\xi\ ,\ \ ds\xi \to csc\xi,\ \ dc\xi \to sec\xi$

2.5. Schrödinger KdV Denkleminin Soliton Çözümleri

(1.1) denkleminin modül $m \to 1$ olduğunda bazı soliton çözümleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$u_1 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}\,tanh\xi\right\},\quad v_1 = \alpha^2-\beta+2sech^2\xi$$

$$u_3 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-1+\alpha+3\alpha^2-3\beta}\,sech\xi\right\},\quad v_3 = \alpha^2-\beta-1+2sech^2\xi$$

$$u_5 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}\,coth\xi\right\},\quad v_5 = \alpha^2-\beta-2csch^2\xi$$

$$u_{11} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}\,csch\xi\right\},\quad v_{11} = \alpha^2-\beta-2csch^2\xi$$

$$u_{13} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{-1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(coth\xi \pm csch\xi)\right\},\quad v_{13} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta+1-(coth\xi\pm csch\xi)^2\}}{2}$$

$$u_{16} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{-1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(tanh\xi \pm isech\xi)\right\},\quad v_{16} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta+1-(tanh\xi\pm isech\xi)^2\}}{2}$$

$$u_{22} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{-1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\frac{tanh\xi}{tanh\xi\pm sech\xi}\right)\right\},\quad v_{22} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta+1-\left(\frac{tanh\xi}{tanh\xi\pm sech\xi}\right)^2\right\}$$

$$u_{26} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{\frac{Q(-Q+\alpha+3\alpha^2-3\beta)}{2}}\,tanh\left(\sqrt{\frac{-Q}{2}}\xi\right)\right\},\quad v_{26} = \alpha^2 - \beta - Qsech^2\left(\sqrt{\frac{-Q}{2}}\xi\right)$$

$$u_{27} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{Q(-Q+\alpha+3\alpha^2-3\beta)}sech\left(\sqrt{Q}\xi\right)\right\}$$

$$v_{27} = \alpha^2 - \beta - Q\left[1 - 2sech^2\left(\sqrt{Q}\xi\right)\right]$$

$$u_{30} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}\,tanh\xi\right\},\ v_{30} = \alpha^2 - \beta - 2(2 - sech^2\xi)$$

$$u_{31} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{3-\alpha-3\alpha^2+3\beta}\,sech\xi csch\xi\right\},\quad v_{31} = \alpha^2 - \beta - 3 - 2(sech\xi csch\xi)^2$$

$$u_{34} = e^{i\theta}\left\{\pm 4\sqrt{-4+\alpha+3\alpha^2-3\beta}\left(\frac{sech^2\xi}{1+tanh^2\xi}\right)\right\},\quad v_{34} = \alpha^2 - \beta - 4 + \frac{8sech^4\xi}{(1+tanh^2\xi)^2}$$

$$u_{40} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{-1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}\left(\frac{1+sech\xi}{1-sech\xi}\right)}\right\},\quad v_{40} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2 - 2\beta + 1 - \frac{1+sech\xi}{1-sech\xi}\right\}$$

$$u_{41} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{-1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}\left(\frac{1-sech\xi}{1+sech\xi}\right)}\right\},\ v_{41} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2 - 2\beta + 1 - \frac{1-sech\xi}{1+sech\xi}\right\}$$

$$u_{43} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{-1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}\left(\frac{B+\sqrt{B^2+C^2}sech\xi}{Btanh\xi+Csech\xi}\right)}\right\},\quad v_{43} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2 - 2\beta + 1 - \left(\frac{B+\sqrt{B^2+C^2}sech\xi}{Btanh\xi+Csech\xi}\right)^2\right\} \tag{2.67}$$

Burada dikkat edilmelidir ki (2.67)'de verilen her tam çözüm sırasıyla birinin (+) ve (-) işaretleri seçmesine göre iki çözüme ayrılabilir. Ancak bunlar hesaplanmamıştır. Ayrıca, (2.67) ile verilen tüm tam çözümler, yerine koyma yoluyla doğrulanabilir.

2.6. Schrödinger KdV Denkleminin Trigonometrik Fonksiyon Çözümleri

(1.1) denkleminin modül $m \to 0$ olduğunda bazı periyodik çözümler aşağıdaki gibi elde edilir.

$$u_5 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-1-\alpha-3\alpha^2+3\beta}csc\xi\right\}, \quad v_5 = \alpha^2-\beta+1-2csc^2\xi$$

$$u_6 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}sec\xi\right\}, \quad v_6 = \alpha^2-\beta+1-2sec^2\xi$$

$$u_9 = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}tan\xi\right\}, \quad v_9 = \alpha^2-\beta-2sec^2\xi$$

$$u_{11} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{2-\alpha-3\alpha^2+3\beta}cot\xi\right\}, \quad v_{11} = \alpha^2-\beta-2csc^2\xi$$

$$u_{13} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(csc\xi \pm cot\xi)\right\}, \quad v_{13} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta-1-(csc\xi\pm cot\xi)^2\}}{2}$$

$$u_{14} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(sec\xi \pm tan\xi)\right\}, \quad v_{14} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta-1-(sec\xi\pm tan\xi)^2\}}{2}$$

$$u_{24} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(csc\xi \pm cot\xi)\right\}, \quad v_{24} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta-1+(csc\xi\pm cot\xi)^2\}}{2}$$

$$u_{32} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(sec\xi - tan\xi)\right\}, \quad v_{32} = \alpha^2-\beta-sec\xi(sec\xi-tan\xi)$$

$$u_{36} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}(csc\xi \pm cot\xi)\right\}, \quad v_{24} = \frac{\{2\alpha^2-2\beta-1-(csc\xi\pm cot\xi)^2\}}{2}$$

$$u_{42} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\frac{Bsin\xi+\sqrt{B^2-C^2}}{Bcos\xi+C}\right)\right\} \; v_{42} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta-1-\left(\frac{Bsin\xi+\sqrt{B^2-C^2}}{Bcos\xi+C}\right)^2\right\}$$

$$u_{43} = e^{i\theta}\left\{\pm\sqrt{\frac{1-2\alpha-6\alpha^2+6\beta}{2}}\left(\frac{Bcos\xi+\sqrt{B^2-C^2}}{Bsin\xi+C}\right)\right\} \; v_{43} = \frac{1}{2}\left\{2\alpha^2-2\beta-1-\left(\frac{Bcos\xi+\sqrt{B^2-C^2}}{Bsin\xi+C}\right)^2\right\}$$

$$u_{44} = e^{i\theta}\left\{\pm 2\sqrt{-1-\alpha-3\alpha^2+3\beta}\left(\frac{\sqrt{B^2+C^2}}{Bsin\xi+Ccos\xi}\right)\right\}, \; v_{44} = \alpha^2-\beta+1-\frac{2(B^2+C^2)}{(Bsin\xi+Ccos\xi)^2}$$

(2.68)

Burada dikkat edilmelidir ki bu bölümde elde edilen her trigonometrik çözüm sırasıyla birinin (+) ve (-) işaretleri seçmesine göre iki çözüme ayrılabilir. Bunun yanında bu trigonometrik çözümler, yerine koyma yoluyla doğrudan sağlanabilir. Ayrıca bu tam çözümlerin bazıları için ana özellik, B, C ve Q parametrelerini içermesidir.

3. F-AÇILIM METODUYLA KUDRYASHOV DENKLEMİNE OPTİK SOLİTONLAR

3.1. Ana Model

Kudryashov modelinin boyutsuz formu, aşağıdaki gibi formüle edilir (Kudrashyov, 2019):

$$iq_t + aq_{xx} + (b_1|q|^{-2n} + b_2|q|^{-n} + b_3|q|^n + b_4|q|^{2n})q = 0. \quad (3.1)$$

(3.1) denkleminde, ilk terim lineer zamansal gelişim iken a grup hız dağılımının katsayısıdır. Sonraki dört terim lineer değildir ve bir optik fiberin kırılma indisi yasasından kaynaklanır ve modele öz -faz modülasyonu verir. $b_1 = b_2 = 0$ iken model kırılma indisinin iki güç yasasına dönüşürken $b_1 = b_2 = b_3 = 0$, olduğunda biri güç yasası elde eder. Kudryashov'un modeli bu nedenle, bu bilinen kırılma indisleri biçimlerinin bir uzantısı olarak kalır. Son olarak, $n = 1$ ile yukarıdaki durumlar genel olarak sırasıyla parabolik yasa ve en temel Kerr yasası olarak anılır.

3.2. Ön Bilgiler

Soliton çözümleri ortaya çıkarmak için başlangıç hipotezi (Biswas ve Konar, 2016, Biswas vd., 2017, Ekici vd., 2017, Zayed vd., 2019)

$$q(x,t) = g(\varepsilon)e^{i\phi(x,t)} \quad (3.2)$$

şeklinde kabul edilir. Burada

$$\varepsilon = x - vt \quad (3.3)$$

ve v soliton hızı anlamına gelir. Bu kısımdan,

$$\phi = -\kappa x + \omega t + \theta_0 \quad (3.4)$$

olup burada κ, soliton frekansı, ω soliton dalga sayısı ve θ_0 ise faz merkezidir. Sonra (3.2) denklemini (3.1) denkleminin içine koyarak, reel kısım

$$ag^{2n}g'' + b_1g + b_2g^{n+1} + b_3g^{3n+1} + b_4g^{4n+1} - (\omega + a\kappa^2)g^{2n+1} = 0 \quad (3.5)$$

şeklinde oluşurken imajiner kısım aşağıdaki gibidir:

$$(v + 2a\kappa)g^{2n}g' = 0. \quad (3.6)$$

(3.6) denkleminden , dalga hızı

$$v = -2a\kappa \tag{3.7}$$

olarak bulunur. Kapalı form çözümler elde etmek için (3.5) denklemine

$$g = \varphi^{\frac{1}{n}} \tag{3.8}$$

dönüşümü uygulanır. Böylece,

$$b_1 n^2 + b_2 n^2 \varphi - n^2(\omega + a\kappa^2)\varphi^2 + b_3 n^2 \varphi^3 + b_4 n^2 \varphi^4 + a(1-n)(\varphi')^2 + an\varphi\varphi'' = 0. \tag{3.9}$$

elde edilir.

3.2.1. F-Açılım Şeması

(3.9) denkleminin çözümü aşağıdaki gibi kabul edilsin (Chen ve Zhang, 2004, Ebaid ve Aly, 2012, Zhou vd., 2003)

$$\varphi(\varepsilon) = \sum_{j=0}^{N} \delta_j F^j(\varepsilon), \tag{3.10}$$

burada δ_j ,belirlenmesi gereken sabitler ve $F = F(\varepsilon);\ P, Q$ ve R sabitleriyle birlikte

$$(F')^2 = PF^4 + QF^2 + R, \tag{3.11}$$

adi diferansiyel denklemini sağlar. (3.9) denkleminde,$(\varphi')^2$ veya $\varphi\varphi''$ ile φ^4 balans edilerek $N = 1$ elde edilir. Böylece (3.10) denklemi

$$\varphi(\varepsilon) = \delta_0 + \delta_1 F(\varepsilon). \tag{3.12}$$

şeklini alır.

(3.12) denklemini (3.9) denkleminin içine koyarak, F nin herbir kuvvetinin katsayılarını düzenleyerek ve elde edilen sistemi çözerek aşağıdaki sonuçlar bulunur.

$$b_1 = -\frac{\left(n^2-1\right)\left(b_3^4 n^4 (n+1)^2 - 4ab_3^2 b_4 n^2 (n+1)(n+2)^2 Q + 16a^2 b_4^2 (n+2)^4 PR\right)}{16 b_4^3 n^4 (n+2)^4},$$

$$b_2 = -\frac{b_3\left(n^2-n-2\right)\left(b_3^2 n^2 (n+1) - 2ab_4 (n+2)^2 Q\right)}{4 b_4^2 n^2 (n+2)^3},$$

$$\delta_0 = -\frac{b_3 (n+1)}{2b_4 (n+2)}, \quad \delta_1 = \pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4} n},$$

$$\omega = \frac{2ab_4 (n+2)^2 \left(Q - n^2\kappa^2\right) - 3b_3^2 n^2 (n+1)}{2b_4 n^2 (n+2)^2}. \tag{3.13}$$

Böylece Kudryashov denkleminin çözümü aşağıdaki formdadır:

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3 (n+1)}{2b_4 (n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4} n} F(\varepsilon)\right\}^{\frac{1}{n}} \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4 (n+2)^2 \left(Q - n^2\kappa^2\right) - 3b_3^2 n^2 (n+1)}{2b_4 n^2 (n+2)^2}\right) t + \theta_0\right\}\right]. \tag{3.14}$$

3.2.2. Jacobi Eliptik Fonksiyon Çözümler

(3.11) yardımcı denkleminin çözümlerini kullanarak, ana modele eliptik fonksiyon cinsinden çözümler aşağıdaki gibi listelenir (Biswas vd., 2019).

(1): $P = m^2,\ Q = -(1+m^2),\ R = 1,\ F(\varepsilon) = sn\varepsilon,$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3 (n+1)}{2b_4 (n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4} n} sn[x + 2\kappa a t]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4 (n+2)^2 \left(Q - n^2\kappa^2\right) - 3b_3^2 n^2 (n+1)}{2b_4 n^2 (n+2)^2}\right) t + \theta_0\right\}\right]. \tag{3.15}$$

(2): $P = -m^2,\ Q = 2m^2 - 1,\ R = 1 - m^2,\ F(\varepsilon) = cn\varepsilon,$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3 (n+1)}{2b_4 (n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4} n} cn[x + 2\kappa a t]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4 (n+2)^2 \left(Q - n^2\kappa^2\right) - 3b_3^2 n^2 (n+1)}{2b_4 n^2 (n+2)^2}\right) t + \theta_0\right\}\right]. \tag{3.16}$$

(3): $P = 1, Q = -(1+m^2), R = m^2, F(\varepsilon) = ns\varepsilon,$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n} ns[x + 2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2(Q-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.17)$$

(4): $P = 1, Q = -(1+m^2), R = m^2,\ F(\varepsilon) = dc\varepsilon,$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n} dc[x + 2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2(Q-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.18)$$

(5): $P = 1-m^2, Q = 2-m^2, R = 1,\ F(\varepsilon) = \mathrm{sc}\varepsilon,$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n} \mathrm{sc}[x + 2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2(Q-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.19)$$

(6): $P = 1, Q = 2-m^2, R = 1-m^2, F(\varepsilon) = cs\varepsilon,$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n} cs[x + 2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2(Q-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.20)$$

(7): $P = \frac{1}{4}, Q = \frac{1-2m^2}{2}, R = \frac{1}{4},\ F(\varepsilon) = ns\varepsilon \pm cs\varepsilon,$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n} (ns[x + 2\kappa at] \pm cs[x + 2\kappa at])\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.21)$$

(8): $P = \frac{1-m^2}{4}$, $Q = \frac{1+m^2}{2}$, $R = \frac{1-m^2}{4}$, $F(\varepsilon) = nc\varepsilon \pm \mathrm{sc}\varepsilon$,

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\left(nc[x+2\kappa at] \pm \mathrm{sc}[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.22)$$

(9): $P = \frac{m^2}{4}$, $Q = \frac{m^2-2}{2}$, $R = \frac{m^2}{4}$, $F(\varepsilon) = sn\varepsilon \pm icn\varepsilon$,

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\left(sn[x+2\kappa at] \pm icn[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.23)$$

(10): $P = \frac{m^2}{4}$, $Q = \frac{m^2-2}{2}$, $R = \frac{1}{4}$, $F(\varepsilon) = \frac{sn\varepsilon}{1\pm dn\varepsilon}$,

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{sn[x+2\kappa at]}{1\pm dn[x+2\kappa at]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.24)$$

(11): $P = -\frac{1}{4}$, $Q = \frac{m^2+1}{2}$, $R = \frac{(1-m^2)^2}{4}$, $F(\varepsilon) = mcn\varepsilon \pm dn\varepsilon$,

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\left(mcn[x+2\kappa at] \pm dn[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right]. \quad (3.25)$$

(12): $P=\frac{(1-m^2)^2}{4}$, $Q=\frac{m^2+1}{2}$, $R=\frac{1}{4}$, $F(\varepsilon)=ds\varepsilon \pm cs\varepsilon$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\left(ds[x+2\kappa at]\pm cs[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.26)$$

(13): $P>0$, $Q<0$, $R=\frac{m^2Q^2}{(1+m^2)^2P}$, $F(\varepsilon)=\sqrt{-\frac{m^2Q}{(1+m^2)P}}\,sn\left(\sqrt{-\frac{Q}{1+m^2}}\varepsilon\right)$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\sqrt{-\frac{m^2Q}{(1+m^2)P}}\,sn\left(\sqrt{-\frac{Q}{1+m^2}}[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.27)$$

(14): $P<0$, $Q>0$, $R=\frac{(1-m^2)Q^2}{(m^2-2)^2P}$, $F(\varepsilon)=\sqrt{-\frac{Q}{(2-m^2)P}}\,dn\left(\sqrt{\frac{Q}{2-m^2}}\varepsilon\right)$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\sqrt{-\frac{Q}{(2-m^2)P}}\,dn\left(\sqrt{\frac{Q}{2-m^2}}[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.28)$$

(15): $P=1$, $Q=m^2+2$, $R=1-2m^2+m^4$, $F(\varepsilon)=\frac{dn\varepsilon cn\varepsilon}{sn\varepsilon}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{dn[x+2\kappa at]cn[x+2\kappa at]}{sn[x+2\kappa at]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.29)$$

(16): $P=\frac{A^2(m-1)^2}{4}$, $Q=\frac{m^2+6m+1}{2}$, $R=\frac{(m-1)^2}{4A^2}$, $F(\varepsilon)=\frac{dn\varepsilon cn\varepsilon}{A(1+sn\varepsilon)(1+msn\varepsilon)}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{dn[x+2\kappa at]cn[x+2\kappa at]}{A(1+sn[x+2\kappa at])(1+msn[x+2\kappa at])}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.30}$$

(17): $P=-\frac{4}{m}$, $Q=6m-m^2-1$, $R=-2m^3+m^4+m^2$, $F(\varepsilon)=\frac{mcn\varepsilon dn\varepsilon}{msn^2\varepsilon+1}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{mcn[x+2\kappa at]dn[x+2\kappa at]}{msn^2[x+2\kappa at]+1}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.31}$$

(18): $P=\frac{1}{4}$, $Q=\frac{1-2m^2}{2}$, $R=\frac{1}{4}$, $F(\varsigma)=\frac{sn\varepsilon}{1\pm cn\varepsilon}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{sn[x+2\kappa at]}{1\pm cn[x+2\kappa at]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.32}$$

(19): $P=\frac{1-m^2}{4}$, $Q=\frac{1+m^2}{2}$, $R=\frac{1-m^2}{4}$, $F(\varepsilon)=\frac{cn\varepsilon}{1\pm sn\varepsilon}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{cn[x+2\kappa at]}{1\pm sn[x+2\kappa at]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.33}$$

(20): $P=\frac{2-m^2-2m_1}{4}$, $Q=\frac{m^2-6m_1-2}{2}$, $R=\frac{2-m^2-2m_1}{4}$, $F(\varepsilon)=\frac{m^2sn\varepsilon cn\varepsilon}{sn^2\varepsilon+(1+m_1)dn\varepsilon-1-m_1}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{m^2sn[x+2\kappa at]cn[x+2\kappa at]}{sn^2[x+2\kappa at]+(1+m_1)dn[x+2\kappa at]-1-m_1}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.34}$$

burada $m_1=\sqrt{1-m^2}$.

(21): $P=\frac{2-m^2+2m_1}{4}$, $Q=\frac{m^2+6m_1-2}{2}$, $R=\frac{2-m^2+2m_1}{4}$, $F(\varepsilon)=\frac{m^2sn\varepsilon cn\varepsilon}{sn^2\varepsilon+(-1+m_1)dn\varepsilon-1-m_1}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{m^2sn[x+2\kappa at]cn[x+2\kappa at]}{sn^2[x+2\kappa at]+(-1+m_1)dn[x+2\kappa at]-1-m_1}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.35}$$

(22): $P=\frac{C^2m^4-(B^2+C^2)m^2+B^2}{4}$, $Q=\frac{m^2+1}{2}$, $R=\frac{m^2-1}{4(C^2m^2-B^2)}$, $F(\varepsilon)=\frac{\sqrt{\frac{B^2-C^2}{B^2-C^2m^2}}+sn\varepsilon}{Bcn\varepsilon+Cdn\varepsilon}$, $q(x,t)=$

$$\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{\sqrt{\frac{B^2-C^2}{B^2-C^2m^2}}+sn[x+2\kappa at]}{Bcn[x+2\kappa at]+Cdn[x+2\kappa at]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.36}$$

(23): $P=\frac{B^2+C^2m^2}{4}$, $Q=\frac{1-2m^2}{2}$, $R=\frac{1}{4(B^2+C^2m^2)}$, $F(\varepsilon)=\frac{\sqrt{\frac{C^2m^2+B^2-C^2}{B^2+C^2m^2}}+cn\varepsilon}{Bsn\varepsilon+Cdn\varepsilon}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{\sqrt{\frac{C^2m^2+B^2-C^2}{B^2+C^2m^2}}+cn[x+2\kappa at]}{Bsn[x+2\kappa at]+Cdn[x+2\kappa at]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.37}$$

(24): $P=\frac{B^2+C^2}{4}$, $Q=\frac{m^2-2}{2}$, $R=\frac{m^4}{4(B^2+C^2)}$, $F(\varepsilon)=\frac{\sqrt{\frac{B^2+C^2-C^2m^2}{B^2+C^2}}+dn\varepsilon}{Bsn\varepsilon+Ccn\varepsilon}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{\sqrt{\frac{B^2+C^2-C^2m^2}{B^2+C^2}}+dn[x+2\kappa at]}{Bsn[x+2\kappa at]+Ccn[x+2\kappa at]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2(Q-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.38)$$

3.2.3. Weierstrass Eliptik Fonksiyon Çözümler

Weierstrass eliptik $\wp$ fonksiyonu (Lawden, 1989):

$$\wp(z;\omega_1,\omega_2)=\frac{1}{z^2}+\sum_{\{m,n\}\neq\{0,0\}}\left(\frac{1}{(z+m\omega_1+n\omega_2)^2}-\frac{1}{(m\omega_1+n\omega_2)^2}\right). \quad (3.39)$$

şeklinde tanımlanır.

(Yan, 2003) da verilen (3.11) denkleminin çözümleri yardımıyla, (3.1) denklemine Weierstrass eliptik fonksiyon çözümler aşağıda sıralanmıştır (Biswas vd.,2019) .

(25): $g_2=\frac{4(Q^2-3PR)}{3}$, $g_3=\frac{4Q(-2Q^2+9PR)}{27}$, $F(\varepsilon)=\sqrt{\frac{1}{P}\left[\wp(\varepsilon;g_2,g_3)-\frac{1}{3}Q\right]}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\sqrt{\frac{1}{P}\left[\wp([x+2\kappa at];g_2,g_3)-\frac{1}{3}Q\right]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2(Q-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.40)$$

(26): $g_2=\frac{4(Q^2-3PR)}{3}$, $g_3=\frac{4Q(-2Q^2+9PR)}{27}$, $F(\varepsilon)=\sqrt{\frac{3R}{3\wp(\varepsilon;g_2,g_3)-Q}}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\sqrt{\frac{3R}{3\wp([x+2\kappa at];g_2,g_3)-Q}}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.41)$$

(27): $g_2=-\frac{5QD+4Q^2+33PQR}{12}$, $g_3=\frac{21Q^2D-63PRD+20Q^3-27PQR}{216}$,

$F(\varepsilon)=\frac{\sqrt{12R\wp(\varepsilon;g_2,g_3)+2R(2Q+D)}}{12\wp(\varepsilon;g_2,g_3)+D}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{\sqrt{12R\wp([x+2\kappa at];g_2,g_3)+2R(2Q+D)}}{12\wp([x+2\kappa at];g_2,g_3)+D}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.42)$$

(28): $g_2=\frac{Q^2+12PR}{12}$, $g_3=\frac{Q(36PR-Q^2)}{216}$, $F(\varepsilon)=\frac{\sqrt{R}[6\wp(\varepsilon;g_2,g_3)+Q]}{3\wp'(\varepsilon;g_2,g_3)}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{\sqrt{R}[6\wp([x+2\kappa at];g_2,g_3)+Q]}{3\wp'([x+2\kappa at];g_2,g_3)}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.43)$$

(29): $g_2=\frac{Q^2+12PR}{12}$, $g_3=\frac{Q(36PR-Q^2)}{216}$, $F(\varepsilon)=\frac{3\wp'(\varepsilon;g_2,g_3)}{\sqrt{P}[6\wp(\varepsilon;g_2,g_3)+Q]}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{3\wp'([x+2\kappa at];g_2,g_3)}{\sqrt{P}[6\wp([x+2\kappa at];g_2,g_3)+Q]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.44)$$

(30): $R=\frac{5Q^2}{36P}$, $g_2=\frac{2Q^2}{9}$, $g_3=\frac{Q^3}{54}$, $F(\varepsilon)=\frac{Q\sqrt{-15Q/2P}\wp(\varepsilon;g_2,g_3)}{3\wp(\varepsilon;g_2,g_3)+Q}$,

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\frac{Q\sqrt{-15Q/2P}\wp([x+2\kappa at];g_2,g_3)}{3\wp([x+2\kappa at];g_2,g_3)+Q}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2(Q-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \quad (3.45)$$

3.2.4. Solitonlar ve Diğer Çözümler

Modül $m\to 1$ iken parlak, koyu, singüler ve kompleksiton çözümler aşağıdaki gibi ortaya çıkar (Biswas vd., 2019) :

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}\tanh[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x-\left(\frac{2ab_4(n+2)^2(2+n^2\kappa^2)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \quad (3.46)$$

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}sech[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2(1-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \quad (3.47)$$

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}\coth[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x-\left(\frac{2ab_4(n+2)^2(2+n^2\kappa^2)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \quad (3.48)$$

(3.46)–(3.48) çözümler sırasıyla koyu, parlak ve singüler çözümler olarak ortaya çıkar.

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}csch[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2(1-n^2\kappa^2)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \quad (3.49)$$

(3.49) çözümü singüler soliton çözümün ikinci formudur.

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}\left(\coth[x+2\kappa at]\pm csch[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x-\left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1+2n^2\kappa^2\right)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.50}$$

(3.50) çözümü de singüler solitondur.

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}\left(\tanh[x+2\kappa at]\pm isech[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x-\left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1+2n^2\kappa^2\right)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.51}$$

(3.51) çözümü kompleksiton çözümdür.

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\sqrt{-\frac{Q}{2P}}\tanh\left(\sqrt{-\frac{Q}{2}}[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.52}$$

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)P}}{\sqrt{b_4}n}\sqrt{-\frac{Q}{P}}sech\left(\sqrt{Q}[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(Q-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.53}$$

Yine (3.52) ve (3.53) çözümleri, sırasıyla koyu ve parlak çözüm olarak anlamlandırılır. (3.52) çözümü $Q<0$ ve $P>0$ şartları sağlandığında geçerli iken (3.53) çözümü $Q>0$ ve $P<0$ şartları sağlandığında geçerli olacaktır.

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{2\sqrt{-a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}csch2[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(3-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.54}$$

(3.54) denklemi singüler soliton çözümü sunar.

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{2\sqrt{a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}sech2[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(4-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.55}$$

(3.55) denklemi diğer bir parlak soliton formdur.

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}\coth\left[\frac{x+2\kappa at}{2}\right]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x-\left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1+2n^2\kappa^2\right)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.56}$$

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\mp\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}\tanh\left[\frac{x+2\kappa at}{2}\right]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x-\left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1+2n^2\kappa^2\right)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.57}$$

Son olarak, (3.56) ve (3.57) denklemleri sırasıyla singüler ve koyu solitonlardır.

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}\frac{\sqrt{B^2}+\sqrt{B^2+C^2}sech[x+2\kappa at]}{B\tanh[x+2\kappa at]+Csech[x+2\kappa at]}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x-\left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1+2n^2\kappa^2\right)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.58}$$

3.2.5. Trigonometrik Fonksiyon Çözümler

$m \to 0$ iken trigonometrik fonksiyon çözümler ve bunların kombinasyonları aşağıdaki gibi sıralanır (Biswas vd., 2019) :

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}\csc[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x - \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(1+n^2\kappa^2\right)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right], \tag{3.59}$$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}\sec[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x - \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(1+n^2\kappa^2\right)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right], \tag{3.60}$$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}\tan[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(2-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right], \tag{3.61}$$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)}}{\sqrt{b_4}n}\cot[x+2\kappa at]\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(2-n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right], \tag{3.62}$$

$$q(x,t) = \left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)} \pm \frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}(\csc[x+2\kappa at] \pm \cot[x+2\kappa at])\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times \exp\left[i\left\{-\kappa x + \left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1-2n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t + \theta_0\right\}\right], \tag{3.63}$$

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}\left(\sec[x+2\kappa at]\pm\tan[x+2\kappa at]\right)\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1-2n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.64}$$

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}\frac{\sqrt{B^2-C^2}+\sqrt{B^2}\sin[x+2\kappa at]}{B\cos[x+2\kappa at]+C}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1-2n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.65}$$

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)}}{2\sqrt{b_4}n}\frac{\sqrt{B^2-C^2}+\sqrt{B^2}\cos[x+2\kappa at]}{B\sin[x+2\kappa at]+C}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x+\left(\frac{ab_4(n+2)^2\left(1-2n^2\kappa^2\right)-3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right], \tag{3.66}$$

$$q(x,t)=\left\{-\frac{b_3(n+1)}{2b_4(n+2)}\pm\frac{\sqrt{-a(n+1)(B^2+C^2)}}{\sqrt{b_4}n(B\sin[x+2\kappa at]+C\cos[x+2\kappa at])}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$\times\exp\left[i\left\{-\kappa x-\left(\frac{2ab_4(n+2)^2\left(1+n^2\kappa^2\right)+3b_3^2n^2(n+1)}{2b_4n^2(n+2)^2}\right)t+\theta_0\right\}\right]. \tag{3.67}$$

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, Schrödinger KdV denkleminin 52 tip tam çözüm türlerini oluşturmak için F-açılım metodu uygulandı. Bu metodun diğer metotlara göre esas avantajı, Jacobi eliptik ve Weierstrass eliptik fonksiyonlar dahil olmak üzere her türlü tam çözümlere sahip olmasıdır. Bu tezdeki sonuçların mevcut literatüre iyi bir katkı sağladığı ve bazı lineer olmayan olguları tanımlamada yararlı olduğu söylenebilir. Bu yöntem, diğer birçok lineer olmayan gelişim denklemlerine uygulanabilir. Bu tezde, Kudryashov denkleminin soliton çözümleri yapılandırıldı öyle ki yeni önerilen kırılma indisi formatı için optik fiberler yoluyla soliton yayılımı modellendi. F-açılım şeması, tezde listelenen tüm kompleksiton çözümlerin yanı sıra parlak, karanlık ve tekil soliton çözümlerini ortaya çıkardı. Çözümlerin varlığı ve sürdürülebilirlik kriterleri, yönetim modelinin tam bir resmini çizmektedir. Dolayısıyla bu tezin sonuçları, bu yeni önerilen modelle birlikte ilerlemek için temel yapıyı oluşturmaktadır. Bir hareket, modeli; optik çiftler, manyeto-optik dalga kılavuzları, meta-optikler ve bunun gibi birçok ek optoelektronik araçlara genişletmektir. Daha sonra, soliton fisyon gibi birkaç ek özellik ele alınmıştır. Ayrıca, bazı entegrasyon şemaları, modele ek bir bakış açısı sağlamıştır. Böyle bir şema, Lie simetri analizidir. Sonra, elbette, burada bahsetmeye gerek olmayan birkaç tane daha şema vardır. Bu sonuçlar, gelecekte yavaş yavaş ele alınacaktır. Solitonların dinamikleri, yeni modellenen Kudryashov denklemi ile F-açılım metodu yardımıyla ortaya konmaktadır. Böylece bu metottan ortaya çıkan kompleksiton çözümlerle birlikte parlak, koyu ve tekil soliton çözümler sunulmaktadır. Ayrıca solitonlar için varlık kriterleri sıralanmaktadır. F-açılım yöntemi, lineer olmayan gelişim denklemlerini tam çözümlerini araştırmak için önerilmiştir. Sembolik hesaplama yardımıyla önerilen yöntemin geçerliliği ve avantajlarını göstermek için bir kaynakla birlikte Schrödinger KdV denklemi seçilmiştir. Weierstrass eliptik fonksiyon çözümlerle birlikte birçok Jacobi eliptik fonksiyon çözümler elde edilmiştir. Jacobi eliptik fonksiyon modülü sırasıyla bir ve sıfıra yaklaştığında soliton benzeri çözümler ve trigonometrik fonksiyon çözümler elde edilmiştir. Önerilen yöntem, matematiksel fizikteki lineer olmayan gelişim denklemleri için basit, kısa, umut verici ve güçlü bir yöntemdir.

5. KAYNAKLAR

Ablowitz, M. J. & Clarkson, P. A. (1991). *Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Biswas, A. & Konar, S. (2006). *Introduction to non-Kerr law optical solitons*. CRC Press. Boca Raton, FL. USA.

Biswas, A., Zhou, Q., Ullah, M. Z., Asma, M., Moshokoa, S. P. & Belic, M. (2017). Perturbation theory and optical soliton cooling with anti–cubic nonlinearity, *Optik, 142*, 73–76.

Biswas, A., Sonmezoglu, A., Ekici, M., Alshomrani, A.S. &.Belic, M.R. (2019). Optical solitons with Kudrashyov's equation by F-expansion method , *Optik, 199,* 163338.

Chen, H .T. & Zhang, H. Q. (2004). New double periodic and multiple soliton solutions of the generalized (2+1)-dimensional Boussinesq equation, *Chaos, Solitons and Fractals, 20 (4),* 765–769.

Ebaid, A. & Aly, E. H. (2012). Exact solutions for the transformed reduced Ostrovsky equation via the *F*–expansion method in terms of Weierstrass–elliptic and Jacobian elliptic functions, *Wave Motion, 49(2),* 296–308.

Ekici, M., Mirzazadeh, M., Sonmezoglu, A., Ullah, M. Z., Zhou, Q., Triki, H., Moshokoa, S. P. & Biswas, A. (2017). Optical solitons with anti–cubic nonlinearity by extended trial equation method, *Optik, 136,* 368–373.

Filiz, A., Ekici, M. & Sonmezoglu, A. (2014). F-expansion method and new exact solutions of the Schrödinger-KdV equation, *The Scientific World Journal, 2014*, 1-15.

He, J. H. (2004). Variational principles for some nonlinear partial equations with variable coefficients, *Chaos, Solitons and Fractals, 19(4),* 847–851.

He, J. H. (2005). Homotopy perturbation for bifurcation of nonlinear problems, *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation, 6(2),* 207-208.

He, J. H. & Wu, X. H. (2006). Exp-function method for nonlinearwave equations, *Chaos, Solitons and Fractals, 30(3),* 700–708.

Hirota, R. (1971). Exact solution of the Korteweg-de Vries equation for multiple collisions of solitons, *Physical Review Letters, 27(18),* 1192–1194.

Kangalgil, F. & Ayaz, F. (2008). New exact travelling wave solutions for the Ostrovsky equation, *Physics Letters A, 372(11),* 1831–1835.

Kudryashov, N. A. (2019). A generalized model for description of propagation pulses in optical fiber, *Optik, 189(4).*

Lawden, D. F. (1989). *Elliptic Functions and Applications, Springer Verlag*. New York, NY. USA.

Liu, S., Fu, Z., Liu, S. & Zhao, Q. (2001). Jacobi elliptic function expansion method and periodic wave solutions of nonlinear wave equations , *Physics Letters A, 289, (1-2),* 69–74.

Liu, C. S. (2005). Trial equation method and its applications to nonlinear evolution equations, *Acta Physica Sinica, 54(6),* 2505-2509.

Malfliet, W. (1992). Solitary wave solutions of nonlinear wave equations, *American Journal of Physics, 60(7),* 650-654.

Wadati, M. (1975). Wave propagation in nonlinear lattice. I, *Journal of the Physical Society of Japan, 38(3),* 673–680.

Wang, M. (1996). Exact solutions for a compound KdV-Burgersequation, *Physics Letters A, 213(5-6),* 279–287.

Wang, M., Liu, X. & Zhang, J. (2008). G'/G expansion method and travelling wave solutions of nonlinear evolution equations in mathematical physics, *Physics Letter A 372(4),* 417-423.

Wazwaz, A. M. (2003). An analytic study of compactons structures in a class of nonlinear dispersive equations, *Mathematics and Computers in Simulation, 63(1),* 35–44.

Weiss, J., Tabor, M. & Carnevale, G. (1982). The painlev´e property for partial differential equations, *Journal of Mathematical Physics, 24(3),* 522–526.

Yan, Z. (2003). An improved algebra method and its applications in nonlinear wave equations, *MM Research Preprints, 22,* 264–274.

Zayed, E. M. E., Alngar, M. E. M. & Al-Nowehy, A. G. (2019). On solving the nonlinear Schrödinger equation with an anti–cubic nonlinearity in presence of Hamiltonian perturbation terms, *Optik, 178,* 488–508.

Zhou, Y., Wang, M. & Wang, Y. (2003). Periodic wave solutions to a coupled KdV equations with variable coefficients, *Physics Letters A. 308(1)*, 31–36